Ответы на вопросы Акмуллинской Дистанционной олимпиады по математике для 8 класса. 2 тур. Файзуллиной Лилианы Наилевны, г.Мелеуза.

1.Найдём произведение всех 25 чисел, записанных под каждым столбцом и всех 25 чисел, записанных справа от строчек. Так как в этом произведении каждое из чисел квадратной таблицы входит по два раза, то произведение этих 50 произведений, в каждом из которых стоит по 25 множителей, будет положительным, т.е. равно 1. А так как произведение 50 чисел положительно, то отрицательных сомножителей будет чётное число (2, 4…50). Сумма же 50 произведений может быть нулём лишь в случае, когда 25 слагаемых равно 1, а 25 слагаемых равно -1, т.е. слагаемых с -1 должно быть нечётное число. А это значит, что сумма 50 написанных произведений не может равняться нулю.

Ответ: нет.

2. Ответ: -0.39(5)

3. а) Так как n(n + 1) – число чётное, то n(n + 1) + 1 – будет нечётным числом. Ответ: будет нечётное число.

б) Ближайшие к числу n2 + n + 1 квадраты натуральных чисел n2 и (n + 1)2, но n2 < n2 + n + 1 < (n + 1)2. Так как  n2  и (n + 1) – квадраты последовательных натуральных чисел, а число n2 + n + 1 находится между указанными квадратами, то оно само не может быть квадратом натурального числа. Ответ: не может быть квадратом натурального числа.

**4**. а(11) = 1;  а(12) = 1/2; а(22) = 1; а(13) = -1; а(23) = 1;  а(33) =4.

Посчитаем главный определитель:

1       1/2       -1

1/2     1          1     =  1\*| 1   1|  - (1/2)\* | 1/2   1 |  +  (-1)\*| 1/2   1 | =

-1       1          4             | 1   4|               | -1     4  |            | -1     1 |

= 4 -(3/2) - (3/2) = 1 > 0

Итак D = 1 (>0).

Теперь посчитаем d:

d = a(11)\*a(22) - a(12)^2 = 1 - (1/4) = 3/4 (>0)

Теперь I:

I= a(11) + a(22) = 2 (>0).

Это классические инварианты кривой второго порядка, позволяющие привести уравнение к каноническому виду и судить о форме кривой.

В нашем случае D не равно 0 и D\*I > 0  - значит это мнимый эллипс (ни одной действительной точки)

**Ответ: нет действительных решений..**

**5**. Диагональ прямоугольника делит его на два равных треугольника. Поэтому S1 = S1, S2 = S2, S1 + S + S2 = S1 + S+ S2 . Значит, S = S.

**6**. 288=32\*9. Докажем сначала, что число делится на 32.  
Если x=2k, то, подставив 2k в уравнение, получим 256k⁸+288k⁵+32k². Очевидно, что это число на 32 делится. Осталось доказать, что 8k⁸+9k⁵+k² делится на 9 при любом натуральном k.  
9k⁵ делится на 9 при любом натуральном k. Докажем, что 8k⁸+k² делится на 9 при любом натуральном k. Если k делится на 3, это, очевидно, так. Если k даёт остаток 1 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 8+1=9, то есть число делится на 9 нацело. Наконец, если число k даёт остаток 2 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 2048+4=2052, 2052 делится на 9, значит, и число делится на 9. Таким образом, данное число при любом чётном x делится на 9 и на 32, значит, оно делится и на 288.

Ответ: да, верно,

**7**.Ответ: 84.

**8**.Ответ: 55°.

**9**. При делении на 5 возможных 5 разных остатков:

0; 1; 2; 3; 4. Так как чисел 6, то найдутся 2 числа с одинаковыми остатками; их разность разделится на 5.

**10**. Рассмотрим последние цифры степеней 8

8^1=...8

8^2=...4

8^3=...2

8^4=...6

8^5=...8

8^6=...4

как видно последние цифры последовательных степеней 8, повторяются з периодом 4

2009=2008+1=4\*502+1

поэтому последняя цифра числа 8 в степени 2009 такая же как и числа 8 в степени 1, т.е. цифра 8.

Ответ: 8.