

Задание 1. Заполним всю таблицу единицами.

Тогда сумма всех произведений строк и столбцов будет равна 50

Теперь ставим в любую клетку -1, получается одно произведение в столбце = -1 и в одной строке = -1

Сумма станет $48 - 2 = 46$, т.е. одна -1 в клетке уменьшает сумму на 4

т.е. сумма может быть либо максимально приближенная к нулю 2 или -2,

если поставить -1 в строку, где уже есть -1, а в столбец где нет, то строка и столбец изменят знак на противоположный, и следовательно сумма останется неизменной.

Задание 3. Тут можно даже проще записать. $n^2 < n^2 + n + 1 = (n + 1)^2 - n < (n+1)^2$

Т.е. число лежит между двумя квадратами последовательных натуральных чисел, следовательно, само не может являться квадратом натурального числа.

Задание 4. Перепишем уравнение в виде

$$y^2 + (2 + x)y + (x^2 - 2x + 4) = 0.$$

Составим выражение для дискриминанта (относительно переменной y):

$$[(2 + x)^2 - 4(x^2 - 2x + 4)]/2 = (-3x^2 + 12x - 12)/2$$

Условие существования корней:

$$(-3x^2 + 12x - 12)/2 \geq 0$$

выполнимо лишь при $x = 2$.

При всех других значениях переменной x выражение для дискриминанта не имеет смысла.

Тогда при $x = 2$ значение переменной y единственно и равно $y = -2$

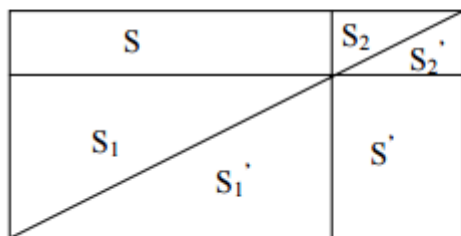
Действительно, при $x = 2$, $y = -2$:

$$4 - 4 + 4 - 4 + 4 - 4 = 0 \text{ - справедливое равенство.}$$

Ответ: $x = 2$, $y = -2$

Задание 5.

РЕШЕНИЕ. См. рис. Диагональ прямоугольника делит его на два равных треугольника. Поэтому $S_1' = S_1, S_2' = S_2, S_1 + S + S_2 = S_1' + S' + S_2'$. Значит, $S' = S$.



Треугольники полученные при делении прямоугольника диагональю равны. Значит треугольник 1 = треугольнику 2, а треугольник 3 = треугольнику 4. Соответственно прямоугольник 5 = прямоугольнику 6 так-как при сожении фигур 1, 3, 5 поучается треугольник равный треугольнику 2+4+6.

Задание 6. $288=32 \cdot 9$. Докажем сначала, что число делится на 32.

Если $x=2k$, то, подставив $2k$ в уравнение, получим $256k^8+288k^5+32k^2$. Очевидно, что это число на 32 делится. Осталось доказать, что $8k^8+9k^5+k^2$ делится на 9 при любом натуральном k .

$9k^5$ делится на 9 при любом натуральном k . Докажем, что $8k^8+k^2$ делится на 9 при любом натуральном k . Если k делится на 3, это, очевидно, так. Если k даёт остаток 1 при делении на 3, то у числа $8k^8+k^2$ остаток будет $8+1=9$, то есть число делится на 9 нацело. Наконец, если число k даёт остаток 2 при делении на 3, то у числа $8k^8+k^2$ остаток будет $2048+4=2052$, 2052 делится на 9, значит, и число делится на 9.

Таким образом, данное число при любом чётном x делится на 9 и на 32, значит, оно делится и на 288.

Задание 8. Т. О- точка пересечения биссектрис
угол $\text{AOB}=125$

Рассмотрим тр. АВО сумма углов равна 180, получаем

$$A/2 + B/2 + 125 = 180$$

$$\text{отсюда } A+B=110$$

Теперь рассмотрим тр. ABC

$$A+B+C=180$$

$$C=180-(A+B)=180-110=70$$

Задание 9. Признак делимости чисел на пять -число должно оканчиваться на 0 или 5

Среди 6 чисел больше вероятность, что их разница будет кратна 5 (5;10;15;20;25...)

Например 5,7,11,17, 24,25

$$5-25= 20 ; 20/5=4$$

$$7-17=10 ; 10/5=2$$

$$20-25=5 ; 5/5=1$$

И т.д т.п

Задание 10. рассмотрим последние цифры степеней 8

$$8^1 = \dots 8$$

$$8^2 = \dots 4$$

$$8^3 = \dots 2$$

$$8^4 = \dots 6$$

$$8^5 = \dots 8$$

$$8^6 = \dots 4$$

как видно последние цифры последовательных степеней 8, повторяются с периодом 4

$$2009 = 2008 + 1 = 4 \cdot 502 + 1$$

поэтому последняя цифра числа 8 в степени 2009 такая же как и числа 8 в степени 1, т.е. цифра 8