8 класс

1. **В каждую клетку квадратной таблицы размером 25х25 вписано произвольно одно из чисел: +1 или -1. Под каждым из столбцов записывается произведение всех чисел данного столбца, а справа от каждой строки – произведение всех чисел данной строки. Может ли сумма всех 50 произведений быть равной нулю?**

Решение:

Найдём произведение всех 25 чисел, записанных под каждым столбиком и всех 25 чисел, записанных справа от строк. В эти произведения каждое из чисел в нашей таблице входит по два раза, то все эти 50 произведений при умножение дают 1, т.е положительное число, значит отрицательных сомножителей в этом произведение будет чётное число.

Сумма 50 произведений может быть равна 0, когда 25 слагаемых равно 1 и 25 слагаемых равны -1, т.е. слагаемых с -1 должно быть нечётное число. Значит, сумма 50 произведений не может равняться 0.

**Ответ: нет.**

1. **Сосчитайте: .**



**Ответ:**

1. **Докажите, что при любом натуральном *: а)* есть число нечетное; *б)* не является квадратом никакого другого натурального числа.**

Доказательство:

1. Пусть n=1, тогда 12+1+1=1+1+1=3 – нечётное
2. Пусть n2+n+1 – нечетное при n=k, где k-натуральное число, т.е k2+k+1 – нечетное число
3. Докажем, что n2+n+1 – нечетное при n=k+1, где (k+1)-натуральное число (k+1)2+(k+1)=k2+2k+1+k+1+1=(k2+k+1)+(2k+2)=(k2+k+1)+2(k+1),

(k2+k+1) – нечётное по пункту 2, а 2(k+1) - чётное, так как делится на 2

Сумма нечетного и четного есть число нечетное.

Т. е n2+n+1 – нечетное при любом n - натуральном

б) Доказать:n2+n+1≠ a2, где a-натуральное

n2+n+1=n2+2n+1-n= (n+1)2-n ≠ a2

n2+n+1=n2-2n+1+3n= (n -1)2+3n ≠a2

1. **Решите уравнение: .**

Умножим обе части уравнения  на 2:



**Ответ: x=2;y=-2**

1. **На диагонали прямоугольника выбрали точку и провели через нее прямые, параллельные сторонам. По разные стороны от диагонали образовались два прямоугольника. Докажите, что их площади равны.**

B F C

Дано: АВСD - прямоугольник

точка К лежит на АС

прямая NK || AD || BC

прямая FK || AB || CD

Доказать: SNBFK = SMKED

E

K

N

A

M

D

Доказательство:

∆ABC=∆CDA, ∆AKM=∆KAN, ∆KCE=∆CKF =>

S∆ABC=S∆CDA, S∆AKM=S∆KAN, S∆KCE=S∆CKF

Т.к. S∆ABC=S∆KAN+S∆NBFK+S∆CKF

S∆CDA=S∆AKM+SMKED+SKCE

=> SNBFK=SMKED ч.т.д.

1. **Верно ли, что при любом четном числе  число  делится на 288?**

Решение: Так как 288=32\*9, то докажем, что при любом четном числе  число  делится на 32 и на 9.

Докажем, что делится на 32: Если х=2k-чётное, то получим =- делится на 32.

Докажем, что  делится на 9 при любом натуральном k: Так как  делится на 9 при любом натуральном k, то докажем, что  делится на 9 при любом натуральном k. Если k делится на 3, то делится на 9. Если k при делении на 3 даёт остаток 1, то у числа  остаток будет 8+1=9, значит, оно делится на 9. Если при делении на 3 число k даёт в остатке 2 , то у числа  остаток будет 2048+4=2052. Число 2052 делится на 9, значит и числоделится на 9.

**Вывод: при любом четном числе  число  делится на 32 и на 9, значит, оно делится на 288**

1. **Вычислить: **



**Ответ: 9**

1. **В треугольнике АВС проведены биссектрисы углов А и В, угол между ними равен . Найдите угол С.**

Т. к АО - биссектриса, то ∠BAO = ∠CAO = x

Т. к ВО - биссектриса, то ∠АВО = ∠СВО = y

из ΔАОВ: x+y+125° = 180°, x+y = 55°

Из ΔАВС: 2x+2y+∠C = 180°

2(x+y)+∠C = 180°

∠C = 180-2∙55° = 70°

∠C = 70° **Ответ: ∠C = 70°**

B

A C

1. **Докажите, что среди шести любых целых чисел найдутся два, разность которых делится на 5.**

При делении любого целого числа на 5 в остатке мы можем получить 0, 1, 2, 3, 4. Если мы возьмём пять разных целых чисел, то можем получить пять различных остатков (0,1,2,3,4). Так как мы берём шесть чисел, то два числа будут иметь одинаковый остаток, а значит, их разность разделится на 5.

1. **Какой цифрой оканчивается число?**

82009 = (23)2009 = 26027 = 26024 × 23 = (21506)4 × 23

Т. к 21 = 2, 22 = 4, 23 = 8, 24 = 16, 25 = 32, 26 = 64, 27 = 128, 28 = 256 и т. д , то

24n оканчивается на 6

Значит 82009 = (21506)4 × 23 оканчивается на 8.

**Ответ: оканчивается на 8.**