8 класс

1. **Решение:** Найдем произведение всех 25 чисел, записанных под каждым столбцом и всех 25 чисел, записанных справа от строчек. Так как в этом произведении каждое из чисел квадратной таблицы входит по два раза, то произведение этих 50 произведений, в каждом из которых стоит по 25 множителей, будет положительным, т. е. равно 1. А так как произведение 50 чисел положительно, то отрицательных сомножителей будет четное число (2, 4, …, 50). Сумма же 50 произведений может быть нулем лишь в случае, когда 25 слагаемых равно 1, а 25 слагаемых равно - 1, т. е. слагаемых с - 1 должно быть нечетное число. А это значит, что сумма 50 написанных произведений не может равняться нулю.

**Ответ:** не может равняться нулю.

1. Сосчитайте: .

**Решение:**

$\left(1- \frac{1}{4}\right)$=12-$\left(\frac{1}{2}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)$=$\frac{1\*3}{2\*2}$

$\left(1- \frac{1}{9}\right)$*=*12*-*$\left(\frac{1}{3}\right)$2*=*$\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)$*=*$\frac{2\*4}{3\*3}$

$\left(1- \frac{1}{16}\right)$=12-$\left(\frac{1}{4}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$=$\frac{3\*5}{4\*4}$

$\left(1- \frac{1}{25}\right)$=12-$\left(\frac{1}{5}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)$=$\frac{4\*6}{5\*5}$

$\left(1- \frac{1}{36}\right)$=12-$\left(\frac{1}{6}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)$=$\frac{5\*7}{6\*6}$

$\left(1- \frac{1}{49}\right)$*=*12-$\left(\frac{1}{7}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)$=$\frac{6\*8}{7\*7}$

$\left(1- \frac{1}{64}\right)$=12-$\left(\frac{1}{8}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{8}\right)\left(1+\frac{1}{8}\right)$=$\frac{7\*9}{8\*8}$

$\left(1- \frac{1}{81}\right)$=12-$\left(\frac{1}{9}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)$=$\frac{8\*10}{9\*9}$

$\left(1- \frac{1}{100}\right)$=12-$\left(\frac{1}{10}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$=$\frac{9\*11}{10\*10}$

$\left(1- \frac{1}{121}\right)$=12-$\left(\frac{1}{11}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{11}\right)\left(1+\frac{1}{11}\right)$=$\frac{10\*12}{11\*11}$

$ \left(1- \frac{1}{144}\right)$=12-$\left(\frac{1}{12}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{12}\right)\left(1+\frac{1}{12}\right)$=$\frac{11\*13}{12\*12}$

$\left(1- \frac{1}{169}\right)$=12-$\left(\frac{1}{13}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{13}\right)\left(1+\frac{1}{13}\right)$=$\frac{12\*14}{13\*13}$

$\left(1- \frac{1}{196}\right)$=12-$\left(\frac{1}{14}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{14}\right)\left(1+\frac{1}{14}\right)$=$\frac{13\*15}{14\*14}$

$\left(1- \frac{1}{225}\right)$=12-$\left(\frac{1}{15}\right)$2=$\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)$=$\frac{13\*15}{15\*15}$

$$\frac{1\*3\*2\*4\*3\*5\*4\*6\*5\*7\*6\*8\*7\*9\*8\*10\*9\*11\*10\*12\*11\*13\*12\*14\*13\*15}{2\*2\*3\*3\*4\*4\*5\*5\*6\*6\*7\*7\*8\*8\*9\*9\*10\*10\*11\*11\*12\*12\*13\*13\*14\*14\*15\*15}$$

Некоторые сокращаются и остается $\frac{8}{15}$

**Ответ:** $\frac{8}{15}$.

1. **Доказательство:** n2+n+1=n2+n+1+n-n=(n2+2n+1)-n=(n+1)2-n

а) (n+1)2-n - число не четное

б) n2 < (n+1)2-n < (n+1)2 т.е. число между двумя квадратами последовательных натуральных чисел, следовательно, сам не может являться квадратом натуральных чисел.

Ответ: а) число не четное, б) не может являться квадратом натуральных чисел.

1. **Решение:**.

Перемножим все слагаемые на 2.

2x2+2xy+2y2-4x+4y+8=0

(x2+2xy+y2)+(x2-4x+4)+(y2+4y+4)=0

(x+y)2+(x-y)2+(y+2)2=0

Уравнение подобно системе:$ \left\{\begin{array}{c} x+y=0\\ x-2=0\\ y+2=0\end{array}\right.$

 Отсюда x=2, y=-2.

 **Ответ:** х=2, у=-2.

1. **Доказательство:** Диагонали прямоугольника длят его на два равных треугольника. Поэтому S1=S`1; S2=S`2.

S1+S+S2=S`1+S`+S`2 следовательно S`=S



**Ответ:** S`=S

1. **Решение:** вместо *x* подставим несколько четных чисел

1) *x*8+9*x*5+8*x*2 =28+9\*25+8\*22=256+288+32=576 теперь разделим на 288; 576/288=2

2) 48+9\*45+8\*42= 6536+9216+128=74880; 74882/288=260

3)68+9\*65+8\*62=1679616+69984+288=1749888; 1749888/288=6076

Подставив несколько четных чисел и решив их мы убедились, что при любом четном числе *x* число *x8+9x5+8x2* делится на 288.

**Ответ:** да верно.

1.

**Решение:** $ $

$\frac{1\*\left(\sqrt{2}\right.-\left.1\right)}{\left(\sqrt{2}\right.+\left.1\right)\left(\sqrt{2}\right.-\left.1\right)}$+$\frac{1\*\left(\sqrt{3}\right.-\left.\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}\right.+\left.\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}\right.-\left.\sqrt{2}\right)}$+…+$ \frac{1\*\left(\sqrt{100}\right.-\left.\sqrt{99}\right)}{\left(\sqrt{100}\right.+\left.\sqrt{99}\right)\left(\sqrt{100}\right.-\left.\sqrt{99}\right)}$=$\frac{ \sqrt{2}-1}{2-1}$+$\frac{ \sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}$+…+$\frac{ \sqrt{100}-\sqrt{99}}{100-99}$=$\sqrt{2}$-1+$3$-$\sqrt{2}$+…+$\sqrt{100}$-$\sqrt{99}$=-1+$\sqrt{100}$=-1+10=9

$Все корни сократятся,кроме \sqrt{100}$, но его можно вынести и вычислить.

**Ответ:** 9

1. **Дано:** $∆ABC,$*BD* и *AD* –биссектрисы ∠*A* и ∠*B, ∠ ADB=125*$°$

Найти: $∠$*С.*

**Решение:**$ ∠ $ADB =125$°$, ∠ADB+∠ABD+∠DAB+180°

180°-∠ADB =180°-125°=55°

∠ABD+∠DAB=55°

Так как AD и BD –биссектрисы, то

 ∠ABD=$\frac{1}{2}$ ∠B

∠DAB= $\frac{1}{2}$ ∠A

∠A+∠B=2\*55°=110°

∠A+∠B+∠C=180°

∠C=180°-110°

∠С=70°

 **Ответ:** ∠С=70°.

1. **Доказательство:** При делении на 5 возможных 5 разных остатков: 0; 1; 2; 3; 4. Так как чисел 6, то найдутся 2 числа с одинаковыми остатками; их разность разделится на 5.
2. **Решение:** рассмотрим последние цифры степеней 8

 81=...8

 82=...4

 83=...2

84=...6

85=...8

86=...4

Как видно последние цифры последовательных степеней 8, повторяются периодом 4

2009=2008+1=4\*502+1

Поэтому последняя цифра числа 8 в степени 2009 такая же как и числа 8 в степени 1, т.е. цифра 8.

**Ответ:** 8