Черезов Евгений, МБОУ СОШ № 4 р. п. Чишмы

Учитель: Абдуллина Лилия Фаритовна

8 класс

1. В каждую клетку квадратной таблицы размером 25х25 вписано произвольно одно из чисел: +1 или -1. Под каждым из столбцов записывается произведение всех чисел данного столбца, а справа от каждой строки – произведение всех чисел данной строки. Может ли сумма всех 50 произведений быть равной нулю?

Заполним всю таблицу единицами. Сумма всех произведений равна 50. Ставим в любую клетку -1, то одно произведение в строке = -1, и одно произведение в столбце = -1. Сумма равна 48-2=46, т.е. одна -1 уменьшает сумму на 4, т.е. сумма может быть максимально приближенной к нулю 2 или -2, если поставить -1 в строку где уже есть -1, а в столбце где нет, то строка и столбец изменят знак на противоположный и следовательно сумма останется неизмененной.

1. Сосчитайте: .

4,9,16,25,36, … 196, 225 – это квадраты чисел от 2 до 15.

1-1/4=3/4

1-1/9=8/9

И т. д.

1-1/196 = 195/196

1-1/225 = 224/225

Перемножая все результаты в скобках (все дроби хорошо сокращаются) получим ответ 8/15.

**Ответ: 8/15**

1. Докажите, что при любом натуральном *: а)* есть число нечетное; *б)* не является квадратом никакого другого натурального числа.

а) пусть n – четное, то n2 – тоже четное и сумма четных чисел n2  + n – четно , значит n2  + n + 1 – нечетное число

пусть n – нечетное, то n2 – тоже нечетное а сумма нечетных чисел n2  + n – четно, значит n2  + n + 1 – нечетное число

б) попробуем разложить на множители трехчлен n2  + n + 1

n2  + n + 1 = 0, D = 1 – 4\*1\*1 = - 3, нет решения.

То есть данный трехчлен нельзя разложить на множители, тем более на два одинаковых множителя (если D = 0), следовательно этот трехчлен не является квадратом никакого другого натурального числа.

1. Решите уравнение: .

**Решение:**

х2 +ху + у2 – 2х + 2у +4 = 0

у2 + (х+ 2)у + (х2 – 2х + 4) = 0

Это квадратное уравнение относительно у. Найдем дискриминант.

D = (х + 2)2 – 4\*1\*(х2 – 2х + 4), Условие существования корней D > 0 или D = 0

(х + 2)2 – 4\*1\*(х2 – 2х + 4)≥0, -3х2 +12х -12 ≥0. Это условие выполнимо при х = 2.

Тогда при х = 2 получаем у2 + (2+ 2)у + (22 – 2\*2 + 4) = 0,

у2 + 4у + 4 = 0, (у+2)2 = 0, у = - 2.

Ответ: х = 2, у = - 2

1. На диагонали прямоугольника выбрали точку и провели через нее прямые, параллельные сторонам. По разные стороны от диагонали образовались два прямоугольника. Докажите, что их площади равны.

А В У

С О Т

М К Р

Пусть АВ = а, ВУ = в, АС = у, СМ=х

ΔМОК подобен Δ УОВ (по первому признаку подобия по двум углам),

То ВУ : МК = ОВ : ОК или в : а = у : х

а = в\*х:у

SАВОС = а\*у, SКОТР = в\*х; Подставим в SАВОС значение а, получим

SАВОС = а\*у = в\*х:у\*у = в\*х.

Значит площади прямоугольников равны.

1. Верно ли, что при любом четном числе  число  делится на 288?
2. Учтем, что х8 + 8 х2 > 0, 9х5 > 0 при х >0 и 9х5 < 0 при х < 0.
3. х – четное число, т.е. делится на 2

х8 делиться на на 28 = 256.

1. х – четное число, т.е. делится на 2

х2 делиться на на 22 = 4.

8х2 делиться на на 8\*4 = 32.

1. 256+32 = 288
2. х – четное число, т.е. делится на 2

х5 делиться на на 25 = 32.

9х5 делиться на на 9\*32=288.

1. Сумма 288+288 делится на 288
2. Вычислить: 

Избавляясь в каждой дроби от иррациональности (умножаем числитель и знаменатель дроби на сопряженное выражение, чтобы получилась формула разности квадратов) получим пример, где все слагаемые сокращаются, кроме -1 и 10:

√2 – 1 + √3 - √2 + √4 - √3 + … + √99 - √98 + √100 - √99 = -1 + √100 = 10 – 1 = 9

**Ответ:** 9

1. В треугольнике АВС проведены биссектрисы углов А и В, угол между ними равен . Найдите угол С.

**Решение:**

Так как биссектриса делит углы пополам, то половину угла А обозначим х°, а половину угла В обозначим у°. При пересечении биссектрис образуется треугольник сумма углов у которого х° + у° + 125° = 180°

или х° + у° = 180° - 125° = 55°.

∠А + ∠В = 2(х° + у°) = 2\*55°= 110°

Сумма углов данного треугольника ∠А + ∠В + ∠С = 180°, то ∠С = 180° - (∠А +∠В) = 180°- 110° = 70°

**Ответ:** 70°

1. Докажите, что среди шести любых целых чисел найдутся два, разность которых делится на 5.

Признак делимости чисел на пять - число должно оканчиваться на 0 или 5.

При делении на 5 возможных 5 разных остатков: 0; 1; 2; 3; 4. Так как чисел 6, то найдутся 2 числа с одинаковыми остатками; их разность разделится на 5.

Среди 6 чисел большая вероятность, что их разница будет кратна 5 (5;10;15;20;25...)  
Например: 5,7,11,17, 24,25  
5-25= 20 ; 20/5=4  
7-17=10 ; 10/5=2  
20-25=5 ; 5/5=1

1. Какой цифрой оканчивается число?

**Решение:**

81 = 8

82 = 64

83 = 512

84 = 4096

85 = 32768

Значит последние цифры повторяются с периодичностью 4: 8, 4, 2, 6

2009 = 502\*4 +1.

82009 оканчивается на 8.

**Ответ: 8**