8 класс

1. В каждую клетку квадратной таблицы размером 25х25 вписано произвольно одно из чисел: +1 или -1. Под каждым из столбцов записывается произведение всех чисел данного столбца, а справа от каждой строки – произведение всех чисел данной строки. Может ли сумма всех 50 произведений быть равной нулю?

Ответ: Заполним всю таблицу единицами.  
Тогда сумма всех произведений строк и столбцов будет равна 50  
Теперь ставим в любую клетку -1, получается одно произведение в столбце = -1 и в одной строке = -1  
Сумма станет 48 - 2 = 46, т.е. одна -1 в клетке уменьшает сумму на 4  
т.е. сумма может быть либо максимально приближенная к нулю 2 или -2,   
если поставить -1 в строку , где уже есть -1, а в столбец где нет, то строка и столбец изменят знак на противоположный, и следовательно сумма останется неизменной.

1. Сосчитайте: .

Ответ:0.7(1)

1. Докажите, что при любом натуральном *: а)* есть число нечетное; *б)* не является квадратом никакого другого натурального числа.

А)Допустим n=1, тогда n ⋅n +n+1= 1 ⋅1+1+1=3

3-нечетное число

Допустим другой вариант с четным числом

N=2 , тогда n ⋅n+n+1=2⋅2+2+1=7

7-нечетное число

Значит, при любом натуральном числе n⋅n+n+1 будет равен четному числу

Б) Тут можно даже проще записать. n^2 < n^2 + n + 1 = (n + 1)^2 - n < (n+1)^2

Т.е. число лежит между двумя квадратами последовательных натуральных чисел, следовательно, само не может являться квадратом натурального числа.

1. Решите уравнение: 

x ^2+xy+y^2-2x+2y+4=0   
2x^2+2xy+2y^2-4x+4y+8=0   
(x^2+2xy+y^2)+(x^2-4x+4)+(y^2+4y+4)=0   
(x+y)^2+(x-2)^2+(y+2)^2=0   
Уравнение равносильно системе:   
{x+y=0   
{x-2=0   
{y+2=0,   
откуда х=2; у=-2.   
Ответ: (2;-2).

1. На диагонали прямоугольника выбрали точку и провели через нее прямые, параллельные сторонам. По разные стороны от диагонали образовались два прямоугольника. Докажите, что их площади равны.

Треугольники полученные при делении прямоугольника диагональю равны. Значит треугольник 1 = треугольнику 2, а треугольник 3 = треугольнику 4. Соответственно прямоугольник 5 = прямоугольнику 6 так как при сложении фигур 1, 3, 5 поучается треугольник равный треугольнику 2+4+6.

1. Верно ли, что при любом четном числе  число  делится на 288?

Допустим x=2k, тогда (2k) ^8+9(2k) ^5+8(2k) ^2=256k^8+288k^5+32k^2=

=32(8k^8+9k^5+k^2)

Это число 100% делится на 32, а значит остается узнать, делится ли скобка на 9, ведь 288:32=9.

9k^5 точно делится на 9, остается выяснить делится ли (8k^8+k^2)

Если k:3 то вся скобка делится на 3

Получается k=6,12,18,24,.. и все остальные четные числа, делящиеся на 3

1. Вычислить: 

При сложении этих дробей

1. В треугольнике АВС проведены биссектрисы углов А и В, угол между ними равен . Найдите угол С.

Т. О- точка пересечения биссектрис  
угол АОВ=125  
Рассмотрим тр. АВО сумма углов равна 180, получаем  
А/2 + В/2 +125 =180  
отсюда А+В=110  
Теперь рассмотрим тр. АВС  
А+В+С=180     
С=180-(А+В)=180-110=70

1. Докажите, что среди шести любых целых чисел найдутся два, разность которых делится на 5.

Признак делимости чисел на пять -число должно оканчиваться на 0 или 5  
Среди 6 чисел больша вероятность, что их разница будет кратна 5 (5;10;15;20;25...)  
Например 5,7,11,17, 24,25  
5-25= 20 ; 20/5=4  
7-17=10 ; 10/5=2  
20-25=5 ; 5/5=1  
 И т.д т.п

1. Какой цифрой оканчивается число?

8^1=8

8^2=…4

8^3=…2

8^4=…6

8^5=…8

Получается через каждые 4 возведения в степень, цифра на конце числа равна 8. Следовательно:

2009:4=502(ост.1)  
значит число 8^2009=…4

Ответ.4