

№1.

Найдём произведение 50 чисел, расположенных при перемножении всех чисел столбца и всех чисел в строке. Т.к. все числа в (таблице) таблице входят в произведение по 2 раза, то произведение 50 чисел будет положительным. Отрицательных чисел в произведение будет четное кол-во, т.к. произведение положительное. Сумма 50 чисел может равняться нулю, тогда, когда 25 положительных отрицательных и 25 положительных положительных. Но нам известно, что отрицательных чисел четное кол-во. Значит сумма 50 произведений не может равняться нулю.

Ответ: не может равняться нулю.

№2.

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \left(1 - \frac{1}{25}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{225}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \frac{24}{25} \cdot \frac{35}{36} \cdot \frac{48}{49} \cdot \frac{63}{64} \cdot \frac{80}{81} \cdot \frac{99}{100} \cdot \frac{120}{121} \cdot \frac{144}{145} \cdot \frac{175}{176} \cdot \frac{216}{217} \cdot \frac{252}{253} \cdot \frac{288}{289} \cdot \frac{324}{325} \cdot \frac{360}{361} \cdot \frac{396}{397} \cdot \frac{440}{441} \cdot \frac{484}{485} \cdot \frac{528}{529} \cdot \frac{576}{577} \cdot \frac{624}{625} \cdot \frac{672}{673} \cdot \frac{720}{721} \cdot \frac{768}{769} \cdot \frac{816}{817} \cdot \frac{864}{865} \cdot \frac{912}{913} \cdot \frac{960}{961} \cdot \frac{1008}{1009} \cdot \frac{1056}{1057} \cdot \frac{1104}{1105} \cdot \frac{1152}{1153} \cdot \frac{1200}{1201} \cdot \frac{1248}{1249} \cdot \frac{1296}{1297} \cdot \frac{1344}{1345} \cdot \frac{1392}{1393} \cdot \frac{1440}{1441} \cdot \frac{1488}{1489} \cdot \frac{1536}{1537} \cdot \frac{1584}{1585} \cdot \frac{1632}{1633} \cdot \frac{1680}{1681} \cdot \frac{1728}{1729} \cdot \frac{1776}{1777} \cdot \frac{1824}{1825} \cdot \frac{1872}{1873} \cdot \frac{1920}{1921} \cdot \frac{1968}{1969} \cdot \frac{2016}{2017} \cdot \frac{2064}{2065} \cdot \frac{2112}{2113} \cdot \frac{2160}{2161} \cdot \frac{2208}{2209} \cdot \frac{2256}{2257} \cdot \frac{2304}{2305} \cdot \frac{2352}{2353} \cdot \frac{2400}{2401} \cdot \frac{2448}{2449} \cdot \frac{2496}{2497} \cdot \frac{2544}{2545} \cdot \frac{2592}{2593} \cdot \frac{2640}{2641} \cdot \frac{2688}{2689} \cdot \frac{2736}{2737} \cdot \frac{2784}{2785} \cdot \frac{2832}{2833} \cdot \frac{2880}{2881} \cdot \frac{2928}{2929} \cdot \frac{2976}{2977} \cdot \frac{3024}{3025} \cdot \frac{3072}{3073} \cdot \frac{3120}{3121} \cdot \frac{3168}{3169} \cdot \frac{3216}{3217} \cdot \frac{3264}{3265} \cdot \frac{3312}{3313} \cdot \frac{3360}{3361} \cdot \frac{3408}{3409} \cdot \frac{3456}{3457} \cdot \frac{3504}{3505} \cdot \frac{3552}{3553} \cdot \frac{3600}{3601} \cdot \frac{3648}{3649} \cdot \frac{3696}{3697} \cdot \frac{3744}{3745} \cdot \frac{3792}{3793} \cdot \frac{3840}{3841} \cdot \frac{3888}{3889} \cdot \frac{3936}{3937} \cdot \frac{3984}{3985} \cdot \frac{4032}{4033} \cdot \frac{4080}{4081} \cdot \frac{4128}{4129} \cdot \frac{4176}{4177} \cdot \frac{4224}{4225} \cdot \frac{4272}{4273} \cdot \frac{4320}{4321} \cdot \frac{4368}{4369} \cdot \frac{4416}{4417} \cdot \frac{4464}{4465} \cdot \frac{4512}{4513} \cdot \frac{4560}{4561} \cdot \frac{4608}{4609} \cdot \frac{4656}{4657} \cdot \frac{4704}{4705} \cdot \frac{4752}{4753} \cdot \frac{4800}{4801} \cdot \frac{4848}{4849} \cdot \frac{4896}{4897} \cdot \frac{4944}{4945} \cdot \frac{4992}{4993} \cdot \frac{5040}{5041} \cdot \frac{5088}{5089} \cdot \frac{5136}{5137} \cdot \frac{5184}{5185} \cdot \frac{5232}{5233} \cdot \frac{5280}{5281} \cdot \frac{5328}{5329} \cdot \frac{5376}{5377} \cdot \frac{5424}{5425} \cdot \frac{5472}{5473} \cdot \frac{5520}{5521} \cdot \frac{5568}{5569} \cdot \frac{5616}{5617} \cdot \frac{5664}{5665} \cdot \frac{5712}{5713} \cdot \frac{5760}{5761} \cdot \frac{5808}{5809} \cdot \frac{5856}{5857} \cdot \frac{5904}{5905} \cdot \frac{5952}{5953} \cdot \frac{6000}{6001} \cdot \frac{6048}{6049} \cdot \frac{6096}{6097} \cdot \frac{6144}{6145} \cdot \frac{6192}{6193} \cdot \frac{6240}{6241} \cdot \frac{6288}{6289} \cdot \frac{6336}{6337} \cdot \frac{6384}{6385} \cdot \frac{6432}{6433} \cdot \frac{6480}{6481} \cdot \frac{6528}{6529} \cdot \frac{6576}{6577} \cdot \frac{6624}{6625} \cdot \frac{6672}{6673} \cdot \frac{6720}{6721} \cdot \frac{6768}{6769} \cdot \frac{6816}{6817} \cdot \frac{6864}{6865} \cdot \frac{6912}{6913} \cdot \frac{6960}{6961} \cdot \frac{7008}{7009} \cdot \frac{7056}{7057} \cdot \frac{7104}{7105} \cdot \frac{7152}{7153} \cdot \frac{7200}{7201} \cdot \frac{7248}{7249} \cdot \frac{7296}{7297} \cdot \frac{7344}{7345} \cdot \frac{7392}{7393} \cdot \frac{7440}{7441} \cdot \frac{7488}{7489} \cdot \frac{7536}{7537} \cdot \frac{7584}{7585} \cdot \frac{7632}{7633} \cdot \frac{7680}{7681} \cdot \frac{7728}{7729} \cdot \frac{7776}{7777} \cdot \frac{7824}{7825} \cdot \frac{7872}{7873} \cdot \frac{7920}{7921} \cdot \frac{7968}{7969} \cdot \frac{8016}{8017} \cdot \frac{8064}{8065} \cdot \frac{8112}{8113} \cdot \frac{8160}{8161} \cdot \frac{8208}{8209} \cdot \frac{8256}{8257} \cdot \frac{8304}{8305} \cdot \frac{8352}{8353} \cdot \frac{8400}{8401} \cdot \frac{8448}{8449} \cdot \frac{8496}{8497} \cdot \frac{8544}{8545} \cdot \frac{8592}{8593} \cdot \frac{8640}{8641} \cdot \frac{8688}{8689} \cdot \frac{8736}{8737} \cdot \frac{8784}{8785} \cdot \frac{8832}{8833} \cdot \frac{8880}{8881} \cdot \frac{8928}{8929} \cdot \frac{8976}{8977} \cdot \frac{9024}{9025} \cdot \frac{9072}{9073} \cdot \frac{9120}{9121} \cdot \frac{9168}{9169} \cdot \frac{9216}{9217} \cdot \frac{9264}{9265} \cdot \frac{9312}{9313} \cdot \frac{9360}{9361} \cdot \frac{9408}{9409} \cdot \frac{9456}{9457} \cdot \frac{9504}{9505} \cdot \frac{9552}{9553} \cdot \frac{9600}{9601} \cdot \frac{9648}{9649} \cdot \frac{9696}{9697} \cdot \frac{9744}{9745} \cdot \frac{9792}{9793} \cdot \frac{9840}{9841} \cdot \frac{9888}{9889} \cdot \frac{9936}{9937} \cdot \frac{9984}{9985} \cdot \frac{10000}{10001} = \frac{1}{10001} \cdot \frac{10000}{1} = \frac{1}{10001} \cdot 10000 = \frac{10000}{10001} \approx \frac{8}{15} \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{8}{15}$

№3.

а) $n^2 + n + 1$ можно записать, как $n(n+1) + 1$. Тогда произведение $n(n+1)$ - четное число, и после того как мы прибавим к $n(n+1) + 1$, то число получится нечетным.

б) Ближайшие к числу $n^2 + n + 1$ квадраты натуральных чисел - это n^2 и $(n+1)^2$. Т.к. $n^2 + n + 1 > n^2$ и $n^2 + n + 1 < (n^2 + n + 1) + n = (n+1)^2$, то число $n^2 + n + 1$ находится между числами n^2 и $(n+1)^2$. Нам известно, что n^2 и $(n+1)^2$ - это квадраты последовательных чисел. Значит число $n^2 + n + 1$ не может быть квадратом натурального числа.

$$x^2 + xy + y^2 - 2x + 2y + 4 = 0 \quad | :2$$

$$2x^2 + 2xy + 2y^2 - 4x + 4y + 8 = 0$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 4y + 4) = 0$$

$$(x+y)^2 + (x-2)^2 + (y+2)^2 = 0$$

Сумма 3-х слагаемых равняется нулю, если каждое слагаемое равняется нулю.

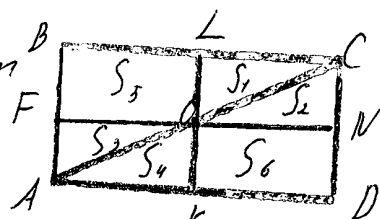
$$\begin{cases} x+y=0 \\ x-2=0 \\ y+2=0 \end{cases} \quad \text{Значит } x=2; y=-2.$$

Ответ: $x=2; y=-2$

1) Т.к. диагональ прямоугольника делит его на 2 равновеликих, то $S_{ABC} = S_{ADC}$, т.е. $S_3 + S_5 + S_7 = S_2 + S_6 + S_4$

2) Т.к. $AFOK$ и $OLCN$ прямоугольники, то $S_3 = S_4$ и $S_7 = S_2$

Тогда из равенства $S_3 + S_5 + S_7 = S_2 + S_6 + S_4$, значит $S_5 = S_6$, т.е.



$$x^8 + 9x^5 + 8x^2 : 288 \quad \text{нб.}$$

$$288 = 9 \cdot 32$$

Значит $x^8 + 9x^5 + 8x^2$ должно делиться на 9 и 32 одновременно. Сначала докажем, что делится на 32. Т.к. x - четное число, то пусть $x = 2k$. Тогда $x^8 + 9x^5 + 8x^2$ будет $256k^8 + 9 \cdot 32k^5 + 32k^2 = 32(8k^8 + 9k^5 + k^2)$, значит это число делится на 32.

Докажем, что $(8k^8 + 9k^5 + k^2)$ делится на 9. $9k^5$ делится на 9, при любом k . Докажем, что $8k^8 + k^2$ делится на 9 + случай. Пусть k делится на 3, тогда $k = 3n$. $(8 \cdot (3n)^8 + (3n)^2) = 8 \cdot 3^8 \cdot n^8 + 9 \cdot n^2 = 9(8 \cdot 3^6 \cdot n^8 + n^2)$

2 случай. Если k дает остаток 1 при делении на 3, то при делении на 3 у $8k^8 + k^2$, в остатке будет $8+1=9$, т.е. число делится на 9.

3 случай. Если k при делении на 3 дает остаток 2, тогда $8k^8 + k^2$ будет остаток $2^8 \cdot 8 + 2^2 = 2048 + 4 = 2052$. А число 2052 делится на 9.

Значит число $x^8 + 9x^5 + 8x^2$ делится на 9 и 32, следовательно делится на 288.

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} \cdot \frac{(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{1} = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

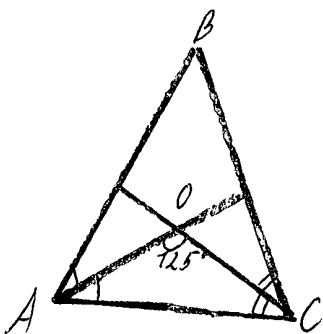
$$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{1} = \sqrt{4}-\sqrt{3}$$

...

$$\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}} \cdot \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{\sqrt{100}-\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{1} = \sqrt{100}-\sqrt{99}$$

В конце получается, что 2-е число в слагаемом будет сокращаться с 1-м числом предыдущего слагаемого. И останется число $-1 + \sqrt{100} \Rightarrow -1 + 10 = 9$.

Ответ: 9.



№ 8.

$$\angle A + \angle B + 125 = 180$$

$$\angle A + \angle B = 55$$

$$\angle A + \angle B = 110$$

П.к. сумма углов в Δ равняется 180°;

$$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

Ответ: $\angle C = 70^\circ$

№ 9.

Остатки от деления на 5, могут быть 0, 1, 2, 3, 4. П.к. в числах, то у 2 чисел будет одинаковые остатки, и поэтому их разность делится на 5.

№ 10

$$8^1 = 8$$

$$8^2 = 64$$

$$8^3 = 512$$

$$8^4 = 4096$$

$$8^5 = 32768$$

} 1 крив

$$\begin{array}{r} 2009 \div 4 \\ \underline{2008} \\ 1 \end{array}$$

Значит будет 502 кривови
еще 1 остаток, поэтому
число 8^{2009} оканчивается на 8.