**1.** Заполним всю таблицу единицами.  
Тогда сумма всех произведений строк и столбцов будет равна 50  
Теперь ставим в любую клетку -1, получается одно произведение в столбце = -1 и в одной строке = -1  
Сумма станет 48 - 2 = 46, т.е. одна -1 в клетке уменьшает сумму на 4  
т.е. сумма может быть либо максимально приближенная к нулю 2 или -2,   
если поставить -1 в строку , где уже есть -1, а в столбец где нет, то строка и столбец изменят знак на противоположный, и следовательно сумма останется неизменной.

**2**. получится   
3/4\*8/9\*15/16\*24/25...   
  
(1\*3)/(2\*2)\*(2\*4)/(3\*3)\*(3\*5)/(4\*4)\*(4\*6)/(5\*5)   
т. е. начиная со второго и заканчивая предпоследним множителем, всё сократится с соседними   
останется 1/2\*16/15=8/15

**3.** Число  https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7Bn%7D%5E%7B2%7D*+ n + 1*  может быть представлено в виде *n( n + 1) + 1*, где *n* – натуральное число. Произведение  *n( n + 1)* – четное число, следовательно, *n( n + 1) + 1*  –нечетное.

Ближайшие  к числу https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+n%7D%5E%7B2%7D*+ n + 1*   квадраты натуральных чисел – это https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+n%7D%5E%7B2%7D и https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+%28n%2B1%29%7D%5E%7B2%7D.

 Действительно,  https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+n%7D%5E%7B2%7D*+ n + 1*https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%5C+%E2%89%A5https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+n%7D%5E%7B2%7Dи https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+n%7D%5E%7B2%7D*+ n + 1*https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%E2%89%A4https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+%28n%7D%5E%7B2%7D*+ n + 1) + n  =*https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+%28n%2B1%29%7D%5E%7B2%7D*.*

Так как https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+n%7D%5E%7B2%7D и https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+%28n%2B1%29%7D%5E%7B2%7D%5C+ - квадраты последовательных натуральных чисел, а число https://www.google.com/chart?cht=tx&chf=bg,s,FFFFFF00&chco=000000&chl=%7B%5C+n%7D%5E%7B2%7D*+ n + 1* находится  между названными квадратами, то само оно квадратом натурального числа быть не может.

**4.** Ответ: x1 = -4.0

**5.** Диагональ прямоугольника делит его на два равных треугольника.

Поэтому:

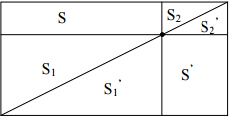
– площади S1 и ' S1 треугольников равны: ' S1 = S1 ;

– площади S2 и ' S2 треугольников равны: ' S2 = S2 ;

в свою очередь, площади двух треугольников, составляющих

прямоугольник, также равны, т.е.: ' ' ' S + S1 + S2 = S + S1 + S2 .

Значит, ' S = S , что и требовалось доказать

.

**6.** 288=32\*9. Докажем сначала, что число делится на 32.  
Если x=2k, то, подставив 2k в уравнение, получим 256k⁸+288k⁵+32k². Очевидно, что это число на 32 делится. Осталось доказать, что 8k⁸+9k⁵+k² делится на 9 при любом натуральном k.  
9k⁵ делится на 9 при любом натуральном k. Докажем, что 8k⁸+k² делится на 9 при любом натуральном k. Если k делится на 3, это, очевидно, так. Если k даёт остаток 1 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 8+1=9, то есть число делится на 9 нацело. Наконец, если число k даёт остаток 2 при делении на 3, то у числа 8k⁸+k² остаток будет 2048+4=2052, 2052 делится на 9, значит, и число делится на 9.  
Таким образом, данное число при любом чётном x делится на 9 и на 32, значит, оно делится и на 288.

**8.**  О- точка пересечения биссектрис  
угол АОВ=125  
Рассмотрим тр. АВО сумма углов равна 180, получаем  
А/2 + В/2 +125 =180  
отсюда А+В=110  
Теперь рассмотрим тр. АВС  
А+В+С=180     
С=180-(А+В)=180-110=700

Ответ: 700

**9.** Из теории делимости известно, что разность чисел (a –b) делится на m тогда и только тогда, когда a и b при делении на m дают одинаковые остатки. Учитывая это утверждение, переформулируем задачу:

Доказать, что среди шести любых чисел найдутся два числа, которые при делении на пять, дают одинаковые остатки.

Докажем это утверждение.

По теореме о делении с остатком, при делении числа на пять может быть один из пяти остатков: 0, 1, 2, 3, 4. При этом рассматриваются шесть любых чисел.

6>5, по принципу Дирихле получаем, что, приняв в качестве «классов» – остатки, в качестве «предметов» - числа, учитывая, что хотя бы два числа из шести имеют одинаковые остатки при делении на пять, а значит, их разность делится на пять.

**10.** рассмотрим последние цифры степеней 8

8^1=...8

8^2=...4

8^3=...2

8^4=...6

8^5=...8

8^6=...4

как видно последние цифры последовательных степеней 8, повторяются з периодом 4

2009=2008+1=4\*502+1

поэтому последняя цифра числа 8 в степени 2009 такая же как и числа 8 в степени 1,т.е.цифра 8

Ответ: 8