

N 1.

Сумма всех произведений не может быть равной нулю. Если сумма 25 произведений равна -1, то произведение чисел одного столбца уже равно -1. Сумма оставшихся 24 произведений может быть равна -2; 0; 2; 4...

$$-2 - 1 = -3$$

$$0 - 1 = -1$$

$$2 - 1 = 1$$

$$4 - 1 = 3.$$

N 2.

Ответ. $\frac{8}{15}$

N 3.

а) $n^2 + n + 1$ - нечетное

1) Пусть n - четное, тогда $n = 2k$

$$(2k)^2 + 2k + 1$$

$$(2k)^2 = 4k^2 - \text{четное}$$

$$2k - \text{четное}$$

$$1 - \text{нечетное}$$

Значит, $n^2 + n + 1$ - нечетное

2) Пусть n - нечетное, тогда $n = 2k + 1$

$$(2k + 1)^2 + 2k + 1 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 2k + 1 + 1 = 4k^2 + 6k + 3.$$

$$4k^2 - \text{четное}$$

$$6k - \text{четное}$$

$$3 - \text{нечетное}$$

Значит, $n^2 + n + 1$ - нечетное.

б) $n^2 + n + 1$ - нечетное, значит оно можно быть квадратом только нечетного числа.

$$(2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k + 1) + 1$$

Значит, при делении остаток 1.

$$n^2 + n + 1 = n(n + 1) + 1$$

$$4k - \text{четное}$$

$$n - \text{нечетное}$$

противоречие

ч.т.д.

N 4.

$$x^2 + xy + y^2 - 2x + 2y + 4 = 0$$

$$1) x^2 - 2x + 4 = (x-2)^2 + 2x$$

$$2) xy + y^2 = y(x+y)$$

$$3) 2y + 2x = 2(y+x)$$

$$4) (x-2)^2 + y(x+y) + 2(x+y) = (x-2)^2 + (x+y)(y+2) = 0.$$

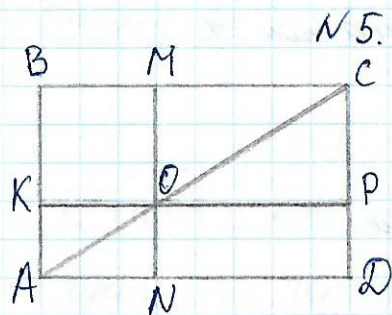
$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

$$(2+y)(y+2) = 0$$

$$y = -2.$$

$$\text{Ответ. } x=2; y=-2.$$



$$S_{ABC} = S_{ACD} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

$$S_{ABC} = S_{AKO} + S_{KBMO} + S_{OMC}$$

$$S_{ACD} = S_{AON} + S_{NOPD} + S_{OCP}$$

Рассмотрим $\triangle AKO$ и $\triangle AON$.

1) AO - общая

2) $KA = ON$ ($AKON$ - параллелограмм по построению)

Значит, $\triangle AKO = \triangle AON$, следовательно $S_{AKO} = S_{AON}$.

По аналогии $S_{OMC} = S_{OCP}$.

Если 2 смежных равных угла равны, то и 3-и смежные равны, т.е. $S_{KBMO} = S_{NOPD}$.

N 6.

$$x^8 + 9x^5 + 8x^2 : 288 ?$$

1) любое четное число : $2n$

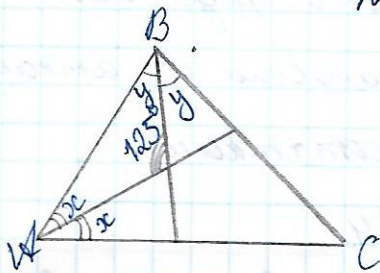
$$2) (2n)^8 + 9(2n)^5 + 8(2n)^2 = 256n^8 + 288n^5 + 32n^2 = 32(8n^8 + 9n^5 + n^2)$$

$$3) \frac{32(8n^8 + 9n^5 + n^2)}{288} = \frac{8n^8 + 9n^5 + n^2}{9} = \frac{8n^8 + n^2}{9}$$

Если n делится на 3, то и всё выражение делится на 9.

Если n делится на 3 и в ост. 1, то выражение всё равно делится на 9.

N 8



$$1) x + y = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

$$2) 2x + 2y + C = 180$$

$$2(x + y) + C = 180$$

$$2 \cdot 55 + C = 180$$

$$110 + C = 180$$

$$C = 180 - 110$$

$$C = 70$$

Ответ. 70°

N 9.

Группы чисел:

I - с остатком 0

II - с остатком 1

III - с остатком 2

IV - с остатком 3

V - с остатком 4

П.к. чисел 6, а групп 5, то среди всех чисел найдутся два с одинаковыми остатками.

Пусть это будут числа с остатком 4,

$$\text{тогда } x_1 = 5a + 4; x_2 = 5b + 4$$

$$x_1 - x_2 = 5a + 4 - (5b + 4) = 5a + 4 - 5b - 4 = 5(a - b)$$

$$\frac{5(a-b)}{5} = a - b.$$

Ч.т.д.

N 10.

Какой цифрой оканчивается 8^{2009} .

$$\left. \begin{array}{l} 8^1 = 8 \\ 8^2 = 64 \\ 8^3 = \dots 2 \\ 8^4 = \dots 6 \end{array} \right\}$$

$$8^5 = \dots 8$$

$$\begin{array}{r|l} 2009 & 4 \\ \hline 20 & 502 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ -8 \end{array}$$

$$\hline 1 \text{ (ост.)}$$

Ответ. Оканчивается цифрой 8.