7 класс

**1)** Если треть числа разделить на его семнадцатую часть, в остатке будет 100. Найдите это число.

**Ответ: Число 2550.**

**2)** Докажите, что все числа вида 1007, 10017, 100117, … делятся на 53. **Решение:**  Докажем утверждение по индукции.

База индукции: 10017 делится на 53. Действительно, 10017 = 53.189.

Шаг индукции. Покажем, что если число указанного вида делится на 53, то и следующее за ним делится на 53. Для этого вычислим разность двух соседних чисел:

100$\displaystyle \underbrace{1\dots1}_{\hidewidth\hbox{$k$}\hidewidth}^{}\,$7 - 100$\displaystyle \underbrace{1\dots1}_{\hidewidth\hbox{$k{-}1$}\hidewidth}^{}\,$7 = (1001 - 100).10k = 901.10k

(последние *k* цифр сокращаются). Эта разность всегда делится на 53, так как 901 = 53.17.

Если вычитаемое делится на 53 и разность делится на 53, то и уменьшаемое делится на 53. Наше утверждение доказано по индукции.

**3)** Из куба 3х3х3 удалили центральный кубик и восемь угловых кубиков. Можно ли оставшуюся фигуру из 18 кубиков составить из 6 брусков 3х1х1?

**Ответ:** **Да,можно**(если смотреть с любой стороны,получается крест.Кладешь брусок,на него кладешь еще 2 бруска поперек,на эти 2 кладешь так же,как и нижний еще один брусок.Оставшиеся 2 по бокам)

**4)** Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его ( полученного числа ) цифр и т.д. После одиннадцати таких вычитаний впервые получился нуль. С какого числа начали?

**Решение:** Разность между числом и суммой его цифр делится на 9. Поэтому все числа, которые мы получали, делились на 9 (кроме, может быть, исходного). Пойдём с конца. Нуль в принципе получается из любого однозначного натурального числа после вычитания из него суммы цифр. Но из них на 9 делится только 9. Поэтому на предпоследнем шаге у нас было число 9. Но 9 можно получить только из одного числа, делящегося на 9, — из 18. И так далее Тут путь раздваивается — 81 можно получить и из 90, и из 99. Сделаем последний шаг назад (теперь делимость на 9 нам уже не важна!) -- 90 ни из какого числа получить нельзя, а для 99 есть целых 10 возможных предшественников: 100, 101, 102,..., 109.

**Ответ:** Любое число от 100 до 109.

**5)** Как от куска материи длиной  метра отрезать полметра, не имея под руками метра?

**ОТВЕТ: 1 способ:** сложим кусок пополам и еще раз пополам, получим кусок длиной 2/3:4=1/6 м, который и нужно отрезать, чтобы остаток равнялся 1/2 м, так как 2/3-1/6=1/2

**2 способ:** можно, сложив кусок вчетверо 2/3:4 = 1/6.

**6)** Расставьте скобки в выражении 2:2-3:3-4:4-5:5 так, чтобы получилось число больше 39.

**Ответ:** 2 : (2 - 3 : 3)(- 4 : ((4 - 5) : 5)) = 2 \*20 = 40

или

(2 : ((2 - 3) : 3) - 4) : ((4 - 5) : 5) = 50.

**7)** На листе ватмана размером 40х40 см Боря Петров проделал шилом 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать лист размером 10х10 см, в котором нет дырок. ( Дырки можно считать точечными.)

**Решение:** Разрежем ковер на 16 ковриков размерами 10×10 см. Так как ковриков – «клеток» - 16, а дырок – «зайцев» - 15, то найдется хотя бы одна «клетка», в которой не будет «зайцев», т. е. найдется коврик без дырок внутри.

**Ответ:** найдется коврик нет дырок

**8)** Стрелок 10 раз выстрелил по стандартной мишени и выбил 90 очков. Сколько было попаданий в семерку, восьмерку и девятку, если десяток было **Ответ:** 1 способ:Так как стрелок попадал лишь в семерку, восьмерку и девятку в остальные шесть выстрелов, то за три выстрела (по одному разу в семерку, восьмерку и девятку) он наберет 24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела надо набрать 26 очков. Что возможно при единственной комбинации 8+9+9=26. Итак, **в семерку стрелок попал 1 раз, в восьмёрку 2 раза, в девятку 3 раза.**

**2 способ:**

1)90-40=50   
Дальше решала методом подбора.   
2. 9+8+7+9+8+9=50.   
получается 40+50=90 очков**. ( В семёрку попал 1 раз, в восьмёрку – 2 раза, в девятку – 3 раза)**

**9)** На столе лежат 15 металлических рублей гербом вверх. Разрешается за один раз перевернуть любые 14 из них. Можно ли за несколько раз перевернуть все рубли гербом вниз?

**Ответ: Нет.**  
Пусть 1 означает гербом вверх а 0 - гербом вниз  
Изначально у нас 111111111111111. При перемене 14 чисел четность суммы не меняется. Изначально сумма - нечетная, в конце сумма четная - значит нельзя

**10)** В компании из пяти мальчиков каждый имеет не менее двух одноклассников. Докажите, что все пять мальчиков являются одноклассниками.

Решение

Возьмём любых двух мальчиков из этой компании. Предположим, что они не одноклассники. Тогда каждый из них имеет среди оставшихся пяти мальчиков по три одноклассника. Следовательно, у них есть общий одноклассник , а значит, они одноклассники . Итак, все пять мальчиков являются одноклассниками.