**Решение**

**Акмуллинской олимпиады по математике 7 класс**

1. **тур**
2. Если треть числа разделить на его семнадцатую часть, в остатке будет 100.

Найдите это число.

**Решение:**

Разделить число **a**  на  число **b** с остатком означает представить его в виде: **a=b\*q+r**, где **q** - неполное частное, **r** - остаток от деления **a** на **b**. Неполное частное равно целой части от деления **a** на **b**.

Обозначим искомое число через **x**, тогда **a=x/3**, **b=x/17**.

**(x/3)/(x/17)=17/3**. Неполное частное от деления будет равно **5**.

**x/3=5\*x/17+100**

**x/3-5\*x/17=100**

**2\*x/51=100**

**x=2550**

**Ответ: искомое число 2550.**

1. Докажите, что все числа 10017, 100117, 1001117,... делятся на 53.

**Решение:**

  Докажем утверждение по индукции.

База индукции: 10017 делится на 53. Действительно, 10017 = 53.189.

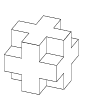
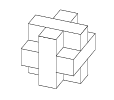
Шаг индукции. Покажем, что если число указанного вида делится на 53, то и следующее за ним делится на 53. Для этого вычислим разность двух соседних чисел:

100$\displaystyle \underbrace{1\dots1}_{\hidewidth\hbox{$k$}\hidewidth}^{}\,$7 - 100$\displaystyle \underbrace{1\dots1}_{\hidewidth\hbox{$k{-}1$}\hidewidth}^{}\,$7 = (1001 - 100).10k = 901.10k

(последние *k* цифр сокращаются). Эта разность всегда делится на 53, так как 901 = 53.17.

Если вычитаемое делится на 53 и разность делится на 53, то и уменьшаемое делится на 53. Наше утверждение доказано по индукции.

1. Из куба 3х3х3 удалили центральный кубик и восемь угловых кубиков. Можно ли оставшуюся фигуру из 18 кубиков составить из 6 брусков 3х1х1?

-оставшаяся фигура.- составленная.

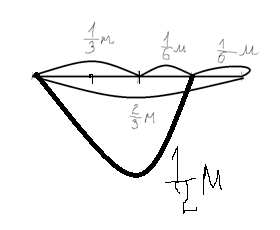
**Вывод: можно**

1. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т. д. После одиннадцати таких вычитаний получился нуль. С какого числа начинали?

### Решение:

Разность между числом и суммой его цифр делится на 9. Поэтому все числа, которые мы получали, делились на 9 (кроме, может быть, исходного). Пойдём с конца. Нуль в принципе получается из любого однозначного натурального числа после вычитания из него суммы цифр. Но из них на 9 делится только 9. Поэтому на предпоследнем шаге у нас было число 9. Но 9 можно получить только из одного числа, делящегося на 9, — из 18. И так далее Тут путь раздваивается — 81 можно получить и из 90, и из 99. Сделаем последний шаг назад (теперь делимость на 9 нам уже не важна!) -- 90 ни из какого числа получить нельзя, а для 99 есть целых 10 возможных предшественников: 100, 101, 102,..., 109.

### Ответ: Любое число от 100 до 109.

5.Как от куска материи длиной  метра отрезать полметра, не имея под руками метра?

**Решение:**

1. : 2 = - сложим данный кусок пополам
2. : 2 = –сложим еще раз пополам
3. - = – отрежем четвертую часть куска, оставшаяся часть будем равна полметрам.

6. Расставьте скобки в выражении 2 : 2 – 3 : 3 – 4 : 4 – 5 : 5 так, чтобы получилось число, большее 39.

**Решение:**

2/((2-3)/((3-4)/4-5)/5) = 52,5

2/((2-3)/3)-4)/((4-5)/5) = 50

1. На листе ватмана размером 40х40 см Боря Петров проделал шилом 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать лист размером 10х10 см, в котором нет дырок. ( Дырки можно считать точечными.)

**Решение:**

Ватман размером 40х40 состоит из 16 квадратов размером10х10 см. Даже если предположить, что дырки делались шилом в каждый квадрат, то только 15 квадратов будут с дырками. Один квадрат размером 10х10 см будет без дырок.

**8.**Стрелок 10 раз выстрелил по стандартной мишени и выбил 90 очков. Сколько было попаданий в семерку, восьмерку и девятку, если десяток было четыре, а других попаданий и промахов не было.

**Решение:**

 Так как стрелок выбил 90 очков и из них за 4 раза набрал 40 очков, то в другие 6 раз он набрал оставшиеся 50 очков. Так как стрелок попадал лишь в семерку, восьмерку и девятку в остальные 6 выстрелов, то за три выстрела (по одному разу в семерку, восьмерку и девятку) он наберет 24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела надо набрать 26 очков, что возможно только при единственной комбинации попаданий цифр 7, 8 и 9: 8+9+9=26.

**Ответ: Таким образом, в семерку стрелок попал 1 раз, в восьмерку – 2 раза, в девятку – 3 раза.**

9.На столе лежат 15 металлических рубля гербом вверх. Разрешается за один раз перевернуть любые 14 из них. Можно ли за несколько раз перевернуть все рубли гербом вниз?

**Решение:**  
Пусть 1 означает гербом вверх, а 0 - гербом вниз  
Изначально у нас 111111111111111.

При перемене 14 чисел четность суммы не меняется. Изначально сумма - нечетная, в конце сумма четная - значит нельзя

**Ответ: нет**

10. В компании из пяти мальчиков каждый имеет не менее двух одноклассников. Докажите, что все пять мальчиков являются одноклассниками.

**Решение:**

Возьмём любых двух мальчиков из этой компании. Предположим, что они не одноклассники. Тогда каждый из них имеет среди оставшихся трех мальчиков по два одноклассника. Следовательно, у них есть общий одноклассник, а значит, они одноклассники. Итак, любые два мальчика из этой компании – одноклассники. Следовательно, все пять мальчиков являются одноклассниками.