Решения по математике 7 класс

1. Пусть искомое число $-x$, тогда $\frac{x}{3}$ – третья часть, а $\frac{x}{17}$ - семнадцатая часть. Тогда $\frac{x}{3}$= k$\cdot\frac{x}{17}$+100, где k-натуральное число.

$\frac{x}{3}$ - k$\cdot\frac{x}{17}$=100

$x\left(\frac{1}{3}-\frac{k}{17}\right)$ =100

$x\left(\frac{1}{3}-\frac{\mathrm{k}}{17}\right)=100 \qquad x\cdot\frac{17-3\mathrm{k}}{51}=100$

$x\cdot(17-3k)=5100$

$x=\dfrac{5100}{17-3\mathrm{k}}$

подбираем k подходит 4 и 5

k=4, $x=\frac{5100}{17-12}$=$\frac{5100}{5}$=1020

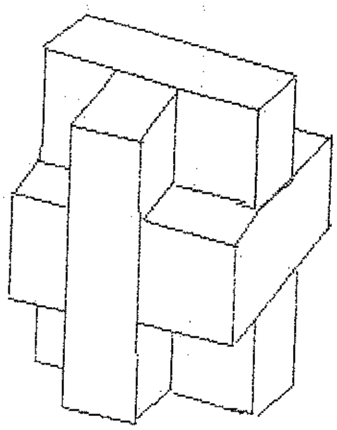
k=5, $x=\frac{5100}{17-15}$=$\frac{5100}{2}$=2550

Но число 1020 не подойдёт, потому что $\frac{x}{17}=60$, а это меньше 100, что не допустимо.

Ответ: $x=2550$

2. Докажем утверждение по индукции. По базе индукции 10017: $5=189$. Покажем, что если число указанного вида делится на 53, то и следующее за ним делится на 53. Для этого вычислим разность двух соседних чисел $100\underbrace{1\ldots1}_{k}$ 7- $100\underbrace{1\ldots1}_{k-1}$7= 10^k(1001-100) = 901$\cdot$ 10^k.Последняя k цифр сокращается. Эта разность всегда делится на 53, так как 901 равен 53$\cdot$ 17. Если вычитаемое делится на 53 и разность делится на 53, то и уменьшаемое делится на 53. Наше утверждение доказано по индукции.

3. Да, можно. Если смотреть с любой стороны получается крест. Кладём брусок, на него кладём ещё 2 бруска поперёк, на эти 2 кладём так же как и нижний.



4. Так как любое число при делении на 9 даёт такой же остаток, как и сумма его цифр, то после первого вычитания, а так же после каждого следующего, будет получаться число делящееся на 9. Сначала докажем такое утверждение если после выполнения указанной операции (а именно вычитаем из числа его суммы цифр) получилось двузначное число, то исходное число было либо двузначным, либо трёхзначным, но не превосходящим 126. Это следует из следующих соображений. Если исходное было трёхзначным, то его сумма цифр не могла быть больше 27, а так как наибольшее двузначное число это 99, то исходное трёхзначное число не могло быть больше 99+27=126. Исходное число не могло быть четырёхзначным, так как максимально возможная сумма цифр четырёхзначного числа равна 36, но 99+36 меньше самого маленького четырёхзначного числа. Исходное число не могло быть пятизначным, шестизначным и т.д. Так как добавление нового разряда увеличивает наименьшее значение исходного числа в 10 раз, а значение максимально возможной суммы цифр на 9(т.е. менее чем в 2 раза). Теперь вернёмся к исходной задаче. Число полученное на шагах со второго по одиннадцатый делятся на 9. Рассмотрим для всех чисел, не превосходящих 126 и делящихся на 9, что можно получить вычитанием из них их суммы цифр. Тогда получим, что перед одиннадцатым вычитанием было число 9, перед десятым вычитанием было число 18, перед девятым вычитанием было число 27,перед восьмым вычитанием было число 36, перед седьмым вычитанием было число 45, перед шестым вычитанием было число 54,перед пятым вычитанием было число 63,перед четвёртым вычитанием было число 72, перед третьим вычитанием было число 81, перед вторым вычитанием было число 90 или 99. Найдём теперь какое число было в самом начале(т.е. перед первым вычитанием). Так как полученное из него число двузначное, то оно само не может быть больше 126. Для всех чисел от 91 до 126 выпишем какие числа можно из них получить вычитанием суммы цифр. Получим, что исходное число могло быть любым от 100 до 109.

5. Сложим кусок материи пополам, потом ещё раз пополам, получим кусок длиной $\frac{2}{3}:4=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$ м, который нужно отрезать, чтобы остаток равнялся $\frac{1}{2}$ м, так как $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

6. 2: (2-3:3)$\cdot\left(-4:\left((4-5):5\right)\right)=2\cdot 20=40$

7. Разрежем ватман на 16 квадратиков размером 10∗ 10 см, так как квадратиков-«клеток» - 16, а дырок-«зайцев»-15, то найдётся хотя бы одна «клетка», в которой не будет «зайцев», т.е. найдётся квадратик без дырки внутри. Здесь я применил вторую формулировку принципа Дирихле.

Формулировка 2. При любом отображении множества P, содержащего n+1 элементов, в множество Q, содержащих n элементов, получается два элемента P, имеющие один и тот же образ.

8. Так как стрелок попадал лишь в семёрку, восьмёрку и девятку в остальных шесть выстрелов, то за три выстрела (по одному разу в семёрку, восьмёрку и девятку) он наберёт 24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела нужно набрать 26 очков, что возможно при единственной комбинации 8+9+9=26. Итак в семёрку стрелок попал один раз, в восьмёрку два раза, а в девятку три раза. Второй способ подбором : 90-40=50, 9+8+7+9+8+9=50, получается 40+50=90

9. 15 монет перевернуть нельзя, потому что при каждом перевороте остаётся нечётное количество монет гербом вверх. А 14 монет можно, потому что чётность всё время меняется. Для 14 монет (переворачиваем по 13 каждый раз) алгоритм такой:

а) изначально лежит 14 монет гербом вверх;

б) переворачиваем 13 решкой вверх, 10 остаётся гербом вверх;

в) переворачиваем гербом и 13 решкой. Стало 12 гербом и 2 решкой вверх. Одна монета решкой, которую не перевернули, вторая монета, которую перевернули с гербом;

г) переворачиваем 2 решкой и 11 гербом. Стало 3 гербом и 11 решкой вверх;

д) переворачиваем 3 гербом и 10 решкой. Стало 4 гербом и 10 решкой вверх;

е) переворачиваем 4 решкой и 9 гербом. Стало 5 гербом и 9 решкой вверх;

ж) переворачиваем 5 гербом и 8 решкой. Стало 6 гербом и 8 решкой вверх;

з) переворачиваем 6 решкой и 7 гербом. Стало 7 гербом и 7 решкой;

и) переворачиваем 8 гербом и 5 решкой. Стало 9 гербом и 5 решкой вверх;

к) переворачиваем 9 решкой и 4 гербом. Стало 10 гербом и 4 решкой вверх.

Заметим, что решки с гербом сравнялись.

л) переворачиваем 10 решкой и 3 гербом. Стало 11 гербом и 3 решкой вверх;

м) переворачиваем 11 гербом и 2 решкой. Стало 12 решкой и 2 гербом вверх;

н) переворачиваем 12 решкой и 1 гербом. Стало 13 гербом и 1 решкой;

о) переворачиваем 13 гербом. Стало 14 решкой.

10. Предположим, что в классе 30 человек, тогда за «кроликов» возьмём учеников, а за «клетки» возьмём одноклассников. Одноклассников у каждого может быть 0,1,.,.,.,29, так как у нас получается 30 «клеток». Но «клетки» 29 и 0 одновременно существовать не могут, так как если человек имеет 29 одноклассников, то каждый из его одноклассников будет иметь хотя бы одного одноклассника, значит всего может быть 29 «клеток» 0,1,2,.,.,28 или 1,2,.,.,29. Используя принцип Дирихле получим, что найдётся «клетка» где сидят не менее двух «кроликов». А это и означает, что найдётся два человека имеющие одинаковое число одноклассников.