Акмуллинская олимпиада 2 тур.7 класс. Ягафарова Рузиля.

**1**. Если треть числа разделить на его семнадцатую часть, в остатке будет 100. Найдите это число.

Пусть искомое число - x, тогда  (x/3)/(x/17)=17/3. Неполное частное от деления будет равно 5.  
x/3=5\*x/17+100x/3-5\*x/17=100  
2\*x/51=100  
x=2550.  
**Ответ: искомое число 2550.**

### 2. Докажите, что все числа вида 1007, 10017, 100117, … делятся на 53. Решение:

10017 делится на 53. Действительно, 10017 = 53 . 189.

Покажем, что если число указанного вида делится на 53, то и следующее за ним делится на 53. Для этого вычислим разность двух соседних чисел:

1001…117 - 1001…17 = (1001 - 100) . 10k = 901 . 10k

(последние *k* цифр сокращаются). Эта разность всегда делится на 53, так как 901 = 53 . 17.

Если вычитаемое делится на 53 и разность делится на 53, то и уменьшаемое делится на 53.

3. Из куба 3х3х3 удалили центральный кубик и восемь угловых кубиков. Можно ли оставшуюся фигуру из 18 кубиков составить из 6 брусков 3х1х1?

**Ответ:** да, можно, если смотреть с любой стороны, получается крест. Кладешь брусок, на него кладешь еще 2 бруска поперек, на эти 2 кладешь так же, как и нижний еще один брусок. Оставшиеся 2 по бокам.

4. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его (полученного числа) цифр и т.д. После одиннадцати таких вычитаний впервые получился нуль. С какого числа начали?

**Ответ:** одного из чисел 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108 или 109

### Решение:

Разность между числом и суммой его цифр делится на 9. Поэтому все числа, которые мы получали, делились на 9 (кроме исходного). Пойдём с конца. Нуль в принципе получается из любого однозначного натурального числа после вычитания из него суммы цифр. Но из них на 9 делится только 9. Поэтому на предпоследнем шаге у нас было число 9. Но 9 можно получить только из одного числа, делящегося на 9, — из 18. И так далее Тут путь раздваивается — 81 можно получить и из 90, и из 99. Сделаем последний шаг назад - 90 ни из какого числа получить нельзя, а для 99 есть целых 10 возможных предшественников: 100, 101, 102,..., 109.

5. Как от куска материи длиной  метра отрезать полметра, не имея под руками метра? **Решение:** Если от куска материи длиной 2/3 метра отрезать полметра, то длина оставшейся части составит 1/6 метра.

Отделить от имеющегося куска 1/6 метра можно, сложив кусок вчетверо 2/3:4 = 1/6.

6. Расставьте скобки в выражении 2:2-3:3-4:4-5:5 так, чтобы получилось число больше 39.

**Ответ:**

(2:((2-3):3)-4):((4-5):5) = 50.

7. На листе ватмана размером 40х40 см Боря Петров проделал шилом 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать лист размером 10х10 см, в котором нет дырок.

( Дырки можно считать точечными.)

|  |
| --- |
| **. . . .**  **. . . .**  **. . . .**  **. . . .**  **. . . . .** |

8. Стрелок 10 раз выстрелил по стандартной мишени и выбил 90 очков. Сколько было попаданий в семерку, восьмерку и девятку, если десяток было четыре, а попаданий ниже семерки и промахов не было.

**Решение:** Так как стрелок попадал лишь в семерку, восьмерку и девятку в остальные шесть выстрелов, то за три выстрела (по одному разу в семерку, восьмерку и девятку) он наберет 24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела надо набрать 26 очков. Что возможно при единственной комбинации 8+9+9=26. Итак, в семерку стрелок попал 1 раз, в восьмерку – 2 раза, в девятку – 3 раза.

**Ответ:** В семёрку попал 1 раз, в восьмёрку – 2 раза, в девятку – 3 раза.

9. На столе лежат 15 металлических рублей гербом вверх. Разрешается за один раз перевернуть любые 14 из них. Можно ли за несколько раз перевернуть все рубли гербом вниз?

**Ответ:** Можно

10. В компании из пяти мальчиков каждый имеет не менее двух одноклассников. Докажите, что все пять мальчиков являются одноклассниками.

**Решение:**  Пусть1-ый, 2-ой и 3-ий мальчик – одноклассники, осталось 2 мальчика:  
4-ый и 5-ый, тоже одноклассники. Но у 4-го должно быть 2 одноклассника , это 5 и ..и один из первых трёх, то есть 1-ый ,2-ой или 3-ей мальчик. Значит, все пять мальчиков являются одноклассниками.