7 класс

1. Если треть числа разделить на его семнадцатую часть, в остатке будет 100. Найдите это число.Ответ: Пусть искомое число - x, тогда  (x/3)/(x/17)=17/3. Неполное частное от деления будет равно 5.  
   x/3=5\*x/17+100x/3-5\*x/17=100  
   2\*x/51=100  
   x=2550  
   Ответ: искомое число 2550.

Докажите, что все числа вида 1007, 10017, 100117, … делятся на 53.Ответ: База индукции: 10017 делится на 53. Действительно, 10017 = 53 . 189.

Шаг индукции. Покажем, что если число указанного вида делится на 53, то и следующее за ним делится на 53. Для этого вычислим разность двух соседних чисел:

1007 - 1007 = (1001 - 100) . 10k = 901 . 10k



(последние *k* цифр сокращаются). Эта разность всегда делится на 53, так как 901 = 53 . 17.

Если вычитаемое делится на 53 и разность делится на 53, то и уменьшаемое делится на 53. Наше утверждение доказано по индукции.

1. Из куба 3х3х3 удалили центральный кубик и восемь угловых кубиков. Можно ли оставшуюся фигуру из 18 кубиков составить из 6 брусков 3х1х1?Ответ: да,можно(если смотреть с любой стороны,получается крест.Кладешь брусок,на него кладешь еще 2 бруска поперек,на эти 2 кладешь так же,как и нижний еще один брусок.Оставшиеся 2 по бокам)
2. Из натурального числа вычли сумму его цифр, из полученного числа снова вычли сумму его ( полученного числа ) цифр и т.д. После одиннадцати таких вычитаний впервые получился нуль. С какого числа начали?Ответ: С одного из чисел 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108 или 109
3. Как от куска материи длиной  метра отрезать полметра, не имея под руками метра?Ответ:     Если от куска материи длиной 2/3 метра отрезать полметра, то длина оставшейся части составит 1/6 метра.Отделить от имеющегося куска 1/6 метра можно, сложив кусок вчетверо 2/3:4 = 1/6.
4. Расставьте скобки в выражении 2:2-3:3-4:4-5:5 так, чтобы получилось число больше 39.Ответ: (2/((2-3)/3)-4)/((4-5)/5) = 50
5. На листе ватмана размером 40х40 см Боря Петров проделал шилом 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать лист размером 10х10 см, в котором нет дырок. ( Дырки можно считать точечными.)
6. Стрелок 10 раз выстрелил по стандартной мишени и выбил 90 очков. Сколько было попаданий в семерку, восьмерку и девятку, если десяток было четыре, а попаданий ниже семерки и промахов не было.Ответ: Так как стрелок попадал лишь в семерку, восьмерку и девятку в остальные шесть выстрелов, то за три выстрела (по одному разу в семерку, восьмерку и девятку) он наберет 24 очка. Тогда за оставшиеся 3 выстрела надо набрать 26 очков. Что возможно при единственной комбинации 8+9+9=26. Итак, в семерку стрелок попал 1 раз, в восьмерку – 2 раза, в девятку – 3 раза.
7. На столе лежат 15 металлических рублей гербом вверх. Разрешается за один раз перевернуть любые 14 из них. Можно ли за несколько раз перевернуть все рубли гербом вниз?Ответ : если есть второй раз то наверно можно
8. В компании из пяти мальчиков каждый имеет не менее двух одноклассников. Докажите, что все пять мальчиков являются одноклассниками.