Олимпиада по математике 2 тур

Лямин Артемий

МБОУ СОШ № 7 г. Туймазы, 6Г класс

Задача 1 На озере расцвела одна лилия. Каждый день число цветков удваивалось и на двадцатый день все озеро покрылось цветами. На который день покрылась цветами половина озера?

Решение

Каждый день количество цветков увеличивалось вдвое, а на двадцатый день было покрыто все озеро. Значит, в предыдущий день цветов было вдвое меньше. Тогда половина озеро покрылось цветами на 19 день.

Ответ. На девятнадцатый день.

Задача 2 Выпишите в ряд цифры от 1 до 9 так, чтобы число составленное из двух соседних цифр, делилось либо на 7, либо на 13.

Решение

Выпишем двузначные числа, которые делятся на 7 и не содержат одинаковые цифры и 0:

14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 84, 91, 98

Выпишем двузначные числа, которые делятся на 13 и не содержат одинаковые цифры и 0:

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91

Перебором вариантов получаем ряд цифр

784913526

Ответ. 784913526

Задача 3

Пусть х- площадь всех лугов. Тогда во второй день скосили (х-15)⋅0,2. Всего за два дня скосили 0,36х.

Составим уравнение

15+(х-15)⋅0,2=0,36х

15+0,2х-15⋅0,2=0,36х

0,36х-0,2х=15-3

0,16х=12

х=12:0,16

х=12:$\frac{16}{100}$

х=12⋅$\frac{100}{16}$

х=75 га

Ответ. Площадь всех лугов равна 75 га.

Задача 4 Натуральное число умножили на каждую из его цифр. Получилось 1995. Найдите исходное число.

Решение

Разложим число 1995 на простые множители.

1995=5⋅3⋅7⋅19

Перебором из цифр 3, 5 и 7 подберем нужное число.

Это число 57. Действительно, 57⋅5⋅7=1995

Ответ. 57

Задача 5 Для проведения водопровода в дом нужно 167 м труб. В наличии имеются трубы лишь длиной 5 м и 7 м. Сколько надо взять тех и других труб, чтобы сделать наименьшее число соединений?

Решение

Разделим 167 на 7, так как нужно взять больше труб с наибольшей длиной. Целая часть от деления 23.

23⋅7=161 м

167-161=6 м

Но 6 метров не делится на 5. Попробуем взять 22 трубы по 7 метров

22⋅6=154 м

167-154=13 м

13 метров так же невозможно поделить на 5. Возьмем 21 трубу по 7 метров

21⋅7=147 м

167-147=20 м

20:5=4 трубы по 5 метров

Ответ. Нужно взять 21 трубу по 7 метров и 4 трубы по 5 метров.

Задача 6 Имеется 5 закрытых чемодана и 5 ключей к ним. При этом неизвестно, к какому чемодану подходит какой ключ. Какое наименьшее число попыток надо сделать, чтобы наверняка определить, какой ключ подходит к какому чемодану?

Решение

При проверке первого ключа достаточно проверить 4 чемодана. Если он не подходит им, то он подходит пятому чемодану. Нужно убрать открытый чемодан, останется 4 чемодана.

Аналогично, при проверке второго ключа достаточно проверить 3 чемодана, третьего- 2 чемодана, четвертого- 1 чемодан.

Итого, 4+3+2+1=10 попыток.

Ответ. 10 попыток

Задача 7 Сколько всего имеется пятизначных чисел, сумма цифр в которых равняется трем? Причем в записи каждого числа цифра 1 может встречаться не более одного раза.

Решение

Так как сумма цифр должна быть равна 3, а цифра 1 должна встречаться один раз, то в этих числах должны быть цифры 1, 2 и 0.

Перебором получаем числа

12000

10200

10020

10002

21000

20100

20010

20001

Итого получили 8 чисел.

Ответ. 8 чисел

Задача 8 Найдите дробь со знаменателем 19, которая больше , но меньше .

Решение

Приведем дроби к общему знаменателю

$$\frac{5\*19}{7\*19}, \frac{?}{19\*7}, \frac{6\*19}{7\*19} $$

$$\frac{95}{133}, \frac{?}{133}, \frac{114}{133} $$

Между числами 95 и 114 выберем числа, которые делятся на 7. Это 98, 105, 112.

Получаем три дроби, которые удовлетворяют условию задачи

$$\frac{98}{133}=\frac{14}{19}, \frac{105}{133}=\frac{15}{19}, \frac{112}{133}=\frac{16}{19}$$

Ответ. $\frac{14}{19}, \frac{15}{19}, \frac{16}{19}$

Задача 9 Вершину А прямоугольника АВСД соединили с серединами сторон ВС и СД. Мог ли один из этих отрезков оказаться вдвое длиннее другого?

Решение

Пусть Н-середина стороны ВС, К-середина СД.
Пусть АН=х. Учитывая, что ВН = АК=х. Легко заметить, что НК<ВМ, то есть НК<х. Так как в любом треугольнике сумма двух сторон всегда больше третьей стороны.

Ответ. Не может

Задача 10 Листок календаря частично закрыт предыдущим листком. Какая его часть больше – закрытая или открытая?

Решение

Закрытая часть больше. Сделаем дополнительные построения.

Треугольник 1 равен треугольнику 2, а треугольник 3 равен треугольнику 4. Но остается прямоугольник 5. Значит закрытая часть больше.

1

 222

3 4 4 5

2

4

 5

Ответ Закрытая часть больше.