

1. Рассмотрим движение лодки относительно воды в реке. Так как весло относительно воды в реке неподвижно, то лодка удалялась от весла и приближалась к нему одно и то же время. Следовательно, рыбак достал весло из воды $t_0 = 5$ минут после обнаружения пропажи.

Весло находилось в лодке $(5 + 5)$ минут = 10 минут = 600 с.

- 1) Скорость течения реки

$$v_p = \frac{600 \text{ м}}{600 \text{ с}} = 1 \text{ м/с}.$$

- 2) Вверх против течения реки рыбак плыл со скоростью

$$v_{\text{вверх}} = \frac{1200 \text{ м}}{300 \text{ с}} = 4 \text{ м/с}.$$

- 3) Отсюда, найдем скорость лодки в стоячей воде:

$$v_{\text{л}} = v_{\text{вверх}} + v_p = (4 + 1) \text{ м/с} = 5 \text{ м/с}.$$

2. 1) Расставим силы, действующие на рычаг и воспользуемся правилом моментов относительно точки опоры:

$$4mg * 2L = 3mgL + m_x * 4L,$$

$$\text{отсюда, } m_x = \frac{5m}{4}.$$

Так как льдинка уже при температуре плавления, вся теплота сразу идет на плавление. Пусть за некоторое время Δt масса левой льдинки уменьшилась на Δm , а правой – на Δm_x . Тогда по правилу моментов:

$$4(m - \Delta m)g * 2L = 3mgL + (m_x - \Delta m_x)g * 4L.$$

- 2) Если вычесть из первого уравнения второе, получим $2\Delta m = \Delta m_x$.

Изменение массы льдинки пропорционально подведенному количеству теплоты, которое пропорционально мощности нагрева. Следовательно, мощность нагрева левой льдинки должна быть в 2 раза больше.

3. $R_{\text{общ.}} = (R + R + 2R + 3R + 3R) - (R + 2R + 3R) = 10R - 6R = 4R$.

4. Глюк и Баг встретились через время

$$T = L / (v_r + v_b).$$

Пусть τ – время, которое Шарик провел, находясь рядом с каждым из друзей. Тогда с каждым из них он прошел часть пути, равную

$$L_1 = \tau(v_r + v_b).$$

Все остальное время $t = T - 2\tau$ Шарик бегал со скоростью v_0 . За это время он пробежал расстояние:

$$L_2 = (T - 2\tau) * 3(v_r + v_b).$$

По условию, Шарик пробежал путь

$$L_1 + L_2 = 2L.$$

Отсюда следует, что

$$\tau(v_r + v_b) + (T - 2\tau) * 3(v_r + v_b) = 2T(v_r + v_b).$$

Тогда $\tau = 0,2T$. Шарик бегал $T - 2\tau = 0,6T = 60 \text{ с}$.

5. Из условия равновесия легкого поршня следует, что давление непосредственно над поршнем равно p . Тогда давление у верхнего торца поплавок

$$p_1 = p - p_0 gh.$$

Из условия неустойчивого равновесия поплавок

$$p_1 S + mg = pS,$$

получаем выражение

$$(p - p_0 gh)S + p * 4hSg = pS,$$

из которого получаем ответ:

$$p = \frac{p_1}{4} = 200 \text{ кг/м}^3.$$

6. Пусть объем сосуда равен V_0 , а объем детали, соответственно V_1 . Запишем уравнения теплового баланса для первого и для второго случаев:

$$c_1 \rho_1 V_1 (t_d - t_x) = c_0 \rho_0 (V_0 - V_1) (t_x - t_0),$$

$$c_1 \rho_1 * 2V_1 (t_d - t_y) = c_0 \rho_0 (V_0 - 2V_1) (t_y - t_0),$$

Преобразуем эти выражения:

$$c_1 \rho_1 V_1 \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} + c_0 \rho_0 V_1 = c_0 V_0 \rho_0,$$

$$c_1 \rho_1 V_1 \frac{t_d - t_x}{t_y - t_0} + c_0 \rho_0 (2V_1) = c_0 V_0 \rho_0.$$

Из равенства первых частей уравнения следует равенство левых частей, на объем V_1 можно сократить:

$$c_1 \rho_1 \frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} + c_0 \rho_0 = 2c_1 \rho_1 \frac{t_d - t_x}{t_y - t_0} + 2c_0 \rho_0,$$

откуда

$$c_1 = c_0 \frac{\rho_0}{\rho_1 \left(\frac{t_d - t_x}{t_x - t_0} - 2 \frac{t_d - t_x}{t_y - t_0} \right)} = 919,642 \text{ Дж/(кг * } ^\circ\text{C)} \approx 920 \text{ Дж/(кг * } ^\circ\text{C)}.$$

7. Пусть m - масса оболочки шарика, m_1 - масса гелия в первом случае. Масса шарика складывается из массы гелия и оболочки, поэтому $m_1 = 0,2 * (m_1 + m)$.

Отсюда найдем соотношение между массой гелием m_1 и массой оболочки m шарика в первом случае:

$$m_1 = \frac{m}{4}.$$

Аналогично, во втором случае:

$$m_2 = 0,1 * (m_2 + m).$$

$$m_2 = \frac{m}{9}.$$

Отношение плотностей выражается через отношение масс и отношений объемов:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m+m_2}{m+m_1} * \frac{V_1}{V_2}.$$

Представляя в это выражение массы, выраженные через массу оболочки, получаем ответ:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m+m/9}{m+m/4} * \frac{V_1}{V_2} = \frac{10}{9} * \frac{4}{5} * 2 = \frac{16}{9} \approx 1,78.$$

8. Найдем изменение давления в горизонтальной части трубки. Для этого запишем уравнение движения малого элемента длиной Δr , находящегося на расстоянии r от оси вращения:

$$a_{\text{цс}} \rho S \Delta r = \omega^2 r \rho S \Delta r = S \Delta p,$$

где ω - угловая скорость вращения трубки, Δp - перепад давлений на концах малого элемента жидкости длиной Δr . При вычислении разности давлений на концах горизонтального участка трубки получим:

$$p_2 - p_1 = \omega^2 \rho (r_2 - r_1) * \frac{r_1 + r_2}{2} = \omega^2 \rho \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}.$$

Перепад давлений между правым и левым коленом равен сумме перепадов давлений в горизонтальной части трубки, заполненной водой и ртутью:

$$p_2 - p_1 = \omega^2 \rho_B \frac{(l/2)^2 - 0}{2} + \omega^2 \rho_p \frac{l^2 - (l/2)^2}{2} = (3\rho_p + \rho_B) \frac{\omega^2 l^2}{8}.$$

Этот перепад давлений и поддерживает разность давлений вертикальных столбов воды и ртути:

$$(3\rho_p + \rho_B) \frac{\omega^2 l^2}{8} = \rho_p g h - \rho_B g h,$$

Откуда $\omega = \sqrt{\frac{8gh}{l^2} * \frac{\rho_p - \rho_B}{3\rho_p + \rho_B}}$. Период вращения

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi l}{\sqrt{2gh}} * \sqrt{\frac{3\rho_p + \rho_B}{\rho_p - \rho_B}} \approx 1,0 \text{ с}.$$

9. Матрос пройдет относительно берега реки путь

$$S = nLu \frac{v_1 + v_2}{v_1 v_2} = 7500 \text{ м}.$$

10.

