1. Дано:

$S = 22{,}5$ м

$v_0 = 15$ м/с

$g = 10$ м/с^2

$L_{макс}$ - ?

Решение:

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Longrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{Sg}{\sin 2\alpha}}$$

Максимальная дальность броска достигается при 45°.

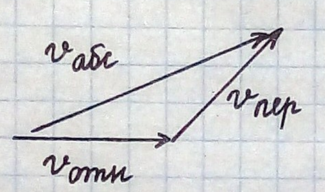
$$v_0 = \sqrt{\frac{Sg}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{22{,}5 \cdot 10}{\sin 2 \cdot 45}} = \sqrt{225} = 15 \text{ м/с}$$

Пусть платформа – неподвижная система отсчета.

Тогда получается, что земля относительно нее двигается со скоростью 15 м/с. (относительная скорость)

А камень отн-о земли – 15 м/с. (переносная скорость)

$$v_{абс} = v_{пер} + v_{отн}$$



В СО катапульты (платформы) камень горизонтальную скорость платформы + горизонтальная проекция скорости камня.

$$v_x = v_0 + v\cos\alpha$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha$$

$$L_{max} = v_x t$$

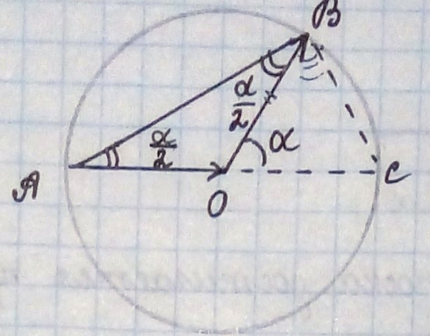
$y = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$; т.к. камень приземлится на землю, то $y = 0$.

$$0 = v_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2} \Longrightarrow t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$$

Подставим v_x и t в формулу дальности:

$$L_{max} = \frac{(v_0 + v\cos\alpha)\, 2v\sin\alpha}{g}$$

Найдем угол α.



$\angle BOC$ – центральный угол; $\angle BAC$ – вписанный угол, равен половине угла BOC, т.е. $\frac{\alpha}{2}$.

Рассмотрим треугольник ABO. Он является равнобедренным, т.к. $AO = OB = R$ (радиус).

$BC = \frac{AC}{2}$, значит, $\angle BAC = 30°$ (катет, лежащий против $\angle 30°$ равен половине гипотенузы)

$\frac{\alpha}{2} = 30°$, $\Longrightarrow \alpha = 60°$.

Подставим $\alpha = 60°$

$$L_{макс} = \frac{(v_0 + v\cos\alpha)2v\sin\alpha}{g}$$

$$L_{макс} = \frac{\left(15 + 15 \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot 2 \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = \frac{22,5 \cdot \cancel{2} \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}}{10} = \frac{22,5 \cdot 15 \cdot \sqrt{3}}{10} \approx \frac{584}{10} \approx 58,4 \text{ м}$$

Ответ: 58,4 м

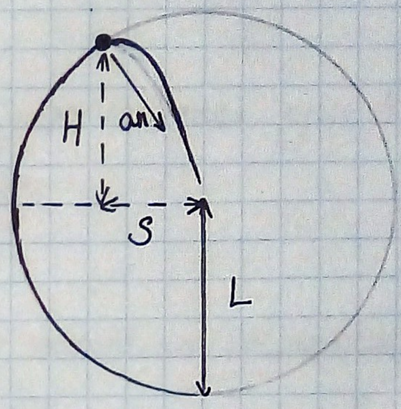
2. Дано:

L

v -?

Решение:

1) По закону сохранения энергии:



$$E_п + E_к = E_к' + E_п'$$

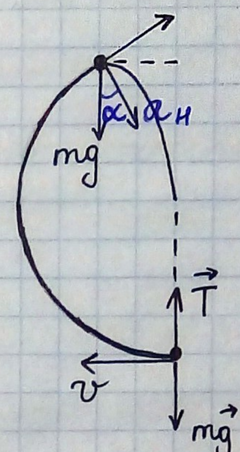
$$\frac{\cancel{m}v_0^2}{2} = \frac{\cancel{m}v^2}{2} + \cancel{m}(L+h)g$$

$$\frac{v_0^2}{2} = \frac{v^2}{2} + (L+h)g$$

$$\Longrightarrow, \; v_0 = \sqrt{v^2 + 2g(L+h)}$$

2) По II закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g}$$



Когда тело перестает двигаться по окр-ти:

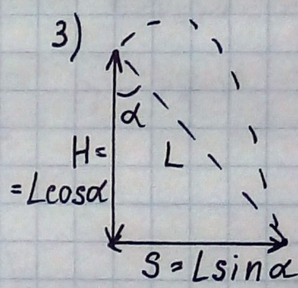
$$\cancel{m}a_н = \cancel{m}g\cos\alpha$$

$a_н = g\cos\alpha$; также $a = \frac{v^2}{L}$; Приравняем:

$$g\cos\alpha = \frac{v^2}{L} \Longrightarrow v^2 = gL\cos\alpha \Longrightarrow v = \sqrt{gL\cos\alpha}$$

3) $S = v_x t = v\cos\alpha\, t$

3)



$$y = y_0 + v_y t - \frac{gt^2}{2} = H + v\sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$$

Выразим t: $\quad t = \frac{S}{v\cos\alpha} = \frac{L\sin\alpha}{\sqrt{gL\cos\alpha}\,\cos\alpha}$

$$y = H + \frac{\cancel{\sqrt{gL\cos\alpha}} \cdot L\sin\alpha}{\cancel{\sqrt{gL\cos\alpha}}\,\cos\alpha} - \frac{g\left(\frac{L\sin\alpha}{\sqrt{gL\cos\alpha}\,\cos\alpha}\right)^2}{2} = 0$$

$$H + \frac{L\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cancel{g}L^{\cancel{2}}\sin^2\alpha}{2\cancel{g}\cancel{L}\cos^3\alpha} = 0$$

$$\cancel{L}\cos\alpha + \frac{\cancel{L}\sin^2\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cancel{L}\sin^2\alpha}{2\cos^3\alpha} = 0$$

$$\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cancel{\cos\alpha}} = \frac{\sin^2\alpha}{2\cos^{\cancel{3}}\alpha} \longrightarrow \quad 1 = \frac{\sin^2\alpha}{2\cos^2\alpha} = \frac{1-\cos^2\alpha}{2\cos^2\alpha}$$

$$1 - \cos^2\alpha = 2\cos^2\alpha$$

$$1 = 3\cos^2\alpha$$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Подставим в $v_0 = \sqrt{v^2 + 2g(L+h)}$ значение $\cos\alpha$ и v.

$$v_0 = \sqrt{v^2 + 2g(L+h)} = \sqrt{(\sqrt{gL\cos\alpha})^2 + 2g(L + L\cos\alpha)} =$$

$$= \sqrt{gL\cos\alpha + 2gL(1+\cos\alpha)} = \sqrt{gL(\cos\alpha + 2 + 2\cos\alpha)} = \sqrt{gL(2+3\cos\alpha)} =$$

$$= \sqrt{gL\left(2 + \cancel{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{3}}\right)} = \sqrt{gL(2+\sqrt{3})}$$

Ответ: $\sqrt{gL(2+\sqrt{3})}$

3. Дано:

L

S

N

p_0 (газ)

n (пыль)

Решение:

1) Газ

- газ свободно проходит через фильтр.

Пусть n_0 — концентрация газа.

$$n_0 = \frac{N}{V} = \frac{N}{SL}$$

Давление газа: $p_0 = n_0 kT = \frac{N}{SL} kT$

2) Пыль

Пылинки прилипают к фильтру, создавая силу давления.

Из-за того, что пылинки не отражаются, импульс силы ($\vec{p} = \vec{F}\Delta t$) в 2 раза меньше.

Следовательно, и давление, оказываемое пылинками на фильтр, тоже меньше в 2 раза.

$$p = \frac{nkT}{2}$$

Подставим температуру: $T = \frac{p_0 SL}{Nk}$

$$p = \frac{nk\,p_0 SL}{2Nk} = \frac{np_0 SL}{2N}$$

$$F = pS, \Longrightarrow F = \frac{np_0 SL}{2N}\cdot S = \frac{np_0 S^2 L}{2N}$$

По III закону Ньютона, к фильтру нужно приложить такую же силу, с которой его тормозят пылинки.

Ответ: $F = \frac{np_0 S^2 L}{2N}$