Задание №1

1 Составим таблицу количества монет до 500 штук, при делении на 13 пиратов:

$1 \cdot 13 + 8 = 21$
$2 \cdot 13 + 8 = 34$
...
$37 \cdot 13 + 8 = 489$.

Всего 37 вариантов.

2. Далее из всех вариантов оставим только те, деление которых на число 11 даёт в остатке 6.

3. Таких чисел всего три: 47, 190, 333.
Из них найдём то число, которое имеет в остатке число 5 при его делении на число 8. Таким образом, это число 333.

Ответ: 333.

Задание №2.

Решение:

$\frac{89}{3m+7n}$ – натуральное число; 89 - простое число, а значит может делиться на число 89 и 1.

$3m+7n=89 \Rightarrow m=\frac{89-7n}{3}$:

1) $n=1$, $m=\frac{89-7}{3}=\frac{82}{3}\notin N$
2) $n=2$, $m=\frac{89-7\cdot 2}{3}=\frac{75}{3}=25$.
3) $n=3$, $m=\frac{89-7\cdot 3}{3}=\frac{67}{3}\notin N$
4) $n=4$, $m=\frac{89-7\cdot 4}{3}=\frac{61}{3}\notin N$
5) $n=5$, $m=\frac{89-7\cdot 5}{3}=\frac{54}{3}=18$
6) $n=6$, $m=\frac{89-7\cdot 6}{3}=\frac{47}{3}\notin N$
7) $n=7$, $m=\frac{89-7\cdot 7}{3}=\frac{40}{3}\notin N$
8) $n=8$, $m=\frac{89-7\cdot 8}{3}=\frac{33}{3}=11$
9) $n=9$, $m=\frac{89-7\cdot 9}{3}=\frac{26}{3}\notin N$
10) $n=10$, $m=\frac{89-7\cdot 10}{3}=\frac{19}{3}\notin N$
11) $n=11$, $m=\frac{89-7\cdot 11}{3}=4$
12) $n=12$, $m=\frac{89-12\cdot 7}{3}=\frac{5}{3}\notin N$
13) $n=13$, $m=\frac{89-7\cdot 13}{3}=\frac{89-91}{3}\notin N$

Значит:
если $n=2$, $m=25$, то $25-2=23$
если $n=5$, $m=18$, то $18-5=13$
если $n=8$, $m=11$, то $11-8=3$
если $n=11$, $m=4$, то $11-4=7$.

Ответ: на 3.

Scanned by TapScanner

Задание №3.

$x^2+xy+4y^2 \le 3$ (1)

$x+3y$ — max. (2)

Решение:

Пусть $x+3y=a \Rightarrow y=\frac{a-x}{3}$. Подставим в 1-ое неравенство.

$$x^2+x\cdot\frac{a-x}{3}+4\cdot\left(\frac{a-x}{3}\right)^2\le 3$$

$$x^2+\frac{ax-x^2}{3}+\frac{4a^2-8ax+4x^2}{9}-3\le 0 \quad |\cdot 9$$

$$9x^2+3ax-3x^2+4a^2-8ax+4x^2-27\le 0$$

$$10x^2-5ax+4a^2-27\le 0$$

Найдем дискриминант:

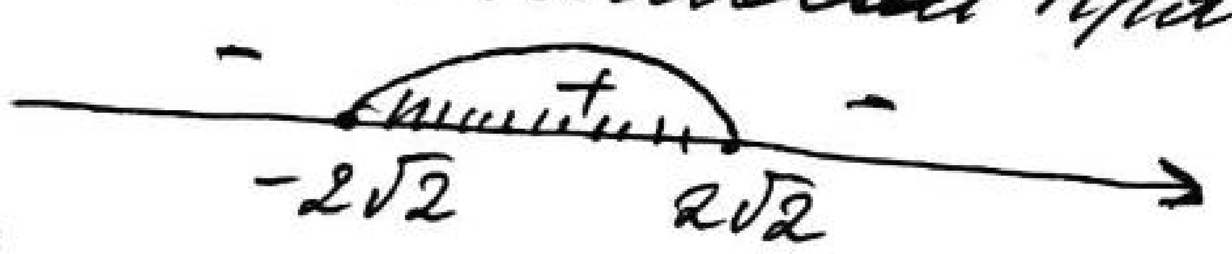
$$D=(-5a)^2-4\cdot 10\cdot(4a^2-27)=25a^2-160a^2+1080=1080-135a^2$$

$$1080-135a^2\ge 0 \quad |:135$$

$$8-a^2\ge 0$$

$$(2\sqrt{2}-a)(2\sqrt{2}+a)\ge 0$$

Отметим на числовой прямой:



Значит: $-2\sqrt{2}\le a\le 2\sqrt{2} \Rightarrow x+3y=2\sqrt{2}$

Ответ: наибольшее значение $x+3y=2\sqrt{2}$

Задание №4

$x^8+ax^4+1=0$

Пусть $x^4=t$, тогда: $t^2+at+1=0$.

Данное уравнение имеет 4 корня: $\pm\sqrt[4]{t_1}$, $\pm\sqrt[4]{t_2}$. Эти корни образуют арифметическую прогрессию:

Корни относятся как

$-3:(-1):1:3$. Тогда $t_1=k^4$, $t_2=(3k)^4=81k^4$.

Применим теорему Виета в уравнении $t^2+at+1=0$:

$$\begin{cases} t_1+t_2=-a \\ t_1\cdot t_2=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} k^4+81k^4=82k^4=-a \\ k^4\cdot 81k^4=81k^8=1 \end{cases} \Rightarrow k^8=\frac{1}{81} \Rightarrow k^4=\frac{1}{9}.$$ Подставим

в $82k^4=-a$, $\Rightarrow a=-82k^4=-82\cdot\frac{1}{9}=-\frac{82}{9}$.

Ответ: $-\frac{82}{9}$