

206-30

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования Башкирский
государственный педагогический университет им. М.Акумлы

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

АКМУЛЛИНСКАЯ ОЛИМПИАДА

ПО математике

(указать название олимпиады)

Участник Захарова Дарья Валерьевна

(фамилия имя отчество)

Дата проведения олимпиады

« 31 »

марта

20 23 г.



2.06-30

ЛИСТ ОТВЕТА

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	20	0	20	20	00	20	20	00	00

110

2. $3x + y = 1$ $y = \frac{3}{3x+8}$
 $y = 1 - 3x$

$$1 - 3x = \frac{3}{3x+8}$$

$$-9x^2 - 24x + 3x + 8 = 3$$

$$-9x^2 - 21x + 5 = 0$$

$$9x^2 + 21x - 5 = 0$$

$$D = 441 + 4 \cdot 9 \cdot 5 = 441 + 180 = 621$$

$$x_{1,2} = \frac{-21 \pm \sqrt{621}}{18} = \frac{-21 \pm 3\sqrt{69}}{18} = \frac{-7 \pm \sqrt{69}}{6} = \begin{cases} \frac{-7 + \sqrt{69}}{6} \\ \frac{-7 - \sqrt{69}}{6} \end{cases}$$

$$y_1 = 1 - 3 \cdot \frac{-7 + \sqrt{69}}{6} = 1 - \frac{\sqrt{69} - 7}{2} = \frac{2 - \sqrt{69} + 7}{2} = \frac{9 - \sqrt{69}}{2}$$

$$y_2 = 1 - 3 \cdot \frac{-7 - \sqrt{69}}{6} = 1 - \left(-\frac{7 + \sqrt{69}}{2}\right) = \frac{2}{2} + \frac{7 + \sqrt{69}}{2} = \frac{9 + \sqrt{69}}{2}$$

$$y_1 \cdot y_2 = \frac{9 - \sqrt{69}}{2} \cdot \frac{9 + \sqrt{69}}{2} = \frac{81 + 9\sqrt{69} - 9\sqrt{69} - 69}{4} = \frac{81 - 69}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

Ответ: 3.

20

4. $200 = \text{всего}$ $\frac{3}{c} = \frac{2}{3}$

80% серебра куплено. $\Rightarrow \frac{3}{c} = \frac{1}{4}$

$$\frac{200}{2+3} = 40 \Rightarrow \frac{80}{120}$$

$$\frac{80}{120+x} = \frac{1}{4}$$

$$120+x = 320$$

$$x = 200.$$

Ответ: 200.

20

7. $\sqrt[3]{3^{6 + \log_5 64}} = \sqrt[3]{3^{6 - \log_9 64}} = \sqrt[3]{3^{6 - \log_3 8}} = 3^{\frac{1}{3}(6 - \log_3 8)} = 3^{2 - \frac{\log_3 8}{3}} = \frac{9}{3^{\frac{\log_3 8}{3}}} = \frac{9}{3^{\frac{1}{3} \log_3 8}} =$

$$= \frac{9}{3^{\log_3 \sqrt[3]{8}}} = \frac{9}{\sqrt[3]{8}} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.

20

Ответ на 1 стр.

Подпись участника СД

5. $x^2 - 3|x| + 1 = 0$

1) $x > 0$

$x^2 - 3x + 1 = 0$

$D = 9 - 4 \cdot 1 = 5$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

2) $x < 0$

$x^2 + 3x + 1 = 0$

$D = 9 - 4 \cdot 1 = 5$

$x_{3,4} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\frac{(3+\sqrt{5})^2 + (3-\sqrt{5})^2 + (-3+\sqrt{5})^2 + (-3-\sqrt{5})^2}{4} = \frac{9+6\sqrt{5}+5+9-6\sqrt{5}+5+9-6\sqrt{5}+5+9+6\sqrt{5}+5}{4}$

$= \frac{3 \cdot 4 + 5 \cdot 4}{4} = 14$

25

Ответ: 14.

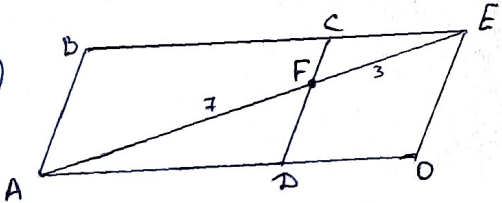
- 1. $4 \cdot 1 + 3 = 7$
- $4 \cdot 2 + 3 = 11$
- $4 \cdot 3 + 3 = 15$
- $4 \cdot 4 + 3 = 19$
- $4 \cdot 5 + 3 = 23$
- $4 \cdot 6 + 3 = 27$
- $4 \cdot 7 + 3 = 31$
- $4 \cdot 8 + 3 = 35$

можно заметить закономерность: каждая клетка пронумерована по 2 и 3 ряду, т.е. первые клетки - это 11, 15, 19, а вторые клетки - 23 и 27, третьих клеток либо будет 3 штуки и так далее. единички также повторяются: 1, 5, 9, 2, 7, 1, 5, 9, 2, 7 и т.д., то даёт 15+10+15...

Благодаря выведенной закономерности можно составить следующее выражение:
 $7 + 10 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 3 + 40 \cdot 2 + 50 \cdot 3 + 60 \cdot 2 + 70 \cdot 3 + 80 \cdot 2 + 90 \cdot 3 + 15 + 10 + 15 + 10 + 15 + 10 + 15 + 10 + 15 = 7 + 30 + 40 + 90 + 80 + 150 + 120 + 210 + 160 + 270 + 15 \cdot 5 + 10 \cdot 4 = 300 + 200 + 300 + 200 + 150 + 7 + 75 + 40 = 1150 + 122 = 1272$

Ответ: 1272.

8



$\frac{AF}{FE} = \frac{7}{3}$
 ABCD - параллелограм

рассмотрим $\triangle ABE$
 т.к. $AB \parallel CF$, то $\frac{S_{ABCF}}{S_{FCE}} = \frac{AF}{FE} = \frac{7}{3}$

проведём прямую из точки E, параллельную AB, и назовём EO, соединим AD и EO.

рассмотрим $\triangle AEO$
 т.к. $FD \parallel AB \parallel EO$, то $\frac{S_{AFD}}{S_{FEO}} = \frac{7}{3}$

рассмотрим $\triangle ABE$ и $\triangle AEO$
 $AB \parallel EO$
 $AD \parallel BC \Rightarrow AO \parallel BE$
 $\Rightarrow ABEO$ - параллелограм.
 тогда AE - диагональ, $\triangle ABE$ и $\triangle AEO$ равны.

$\frac{S_{ABCF}}{S_{FCE}} = \frac{7}{3}$
 $\frac{S_{AFD}}{S_{FEO}} = \frac{7}{3}$
 $\Rightarrow \frac{7}{3} = \frac{S_{ABCF}}{S_{FCE}} = \frac{S_{AFD}}{S_{FEO}}$

206-30

ЛИСТ ОТВЕТА

8) $\angle CEF - \text{внешний}$
 $AB \parallel CF$ } $\Rightarrow \triangle ECF \sim \triangle EBA$.

$$\frac{EF}{EA} = \frac{3}{7} = k_1$$

$$k_1^2 = \frac{9}{49} = \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle EAB}}$$

$\angle CEF$ и $\angle FAD$ - накрест лежащие $\Rightarrow \angle CEF = \angle FAD$
 $FD \parallel BA$ } $\Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle ABE \Rightarrow \triangle AFD \sim \triangle ABE$

$$\frac{AF}{AE} = \frac{7}{10} = 0,7 = k_2$$

$$k_2^2 = \frac{49}{100} = \frac{S_{\triangle AFD}}{S_{\triangle ABE}}$$

$$\frac{S_{\triangle ABE} - S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ABE}} - \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{100}{49} - \frac{9}{49} = \frac{91}{49}$$

25

Ответ: площадь $\triangle ABE$ за минус $S_{\triangle ECF}$ в отношении $\frac{91}{49}$.

Ответ на 2 стр.

Подпись участника 

206-30

ЛИСТ ОТВЕТА

Черновик

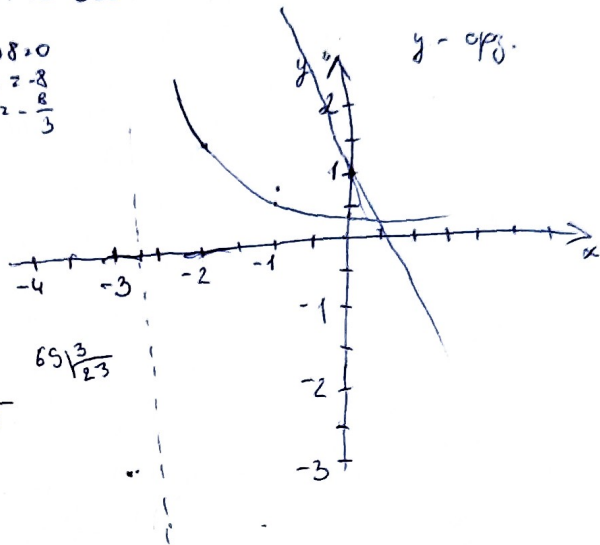
2) $y = 1 - 3x$

x	0	-1
y	1	4

$y = \frac{3}{3x+8}$

x	1	0	-1	-2
y	$\frac{3}{11}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{5}$	1.5

$3x+8=0$
 $3x=-8$
 $x=-\frac{8}{3}$



$-3x+1 = \frac{3}{3x+8}$

$-9x^2 - 24x + 3x + 8 = 3$

$-9x^2 - 21x + 5 = 0$

$9x^2 + 21x - 5 = 0$

$D = 441 + 4 \cdot 9 \cdot 5 = 441 + 180 = 621 = 27^2$

$x_{1,2} = \frac{-21 \pm 27}{18} = \left[\begin{array}{l} \frac{-7+9}{6} \\ \frac{-7-9}{6} \end{array} \right]$

Handwritten calculations for the discriminant and roots:
 21 ± 27
 42
 441
 27
 27
 261
 58
 621
 81
 69

$y_1 = 1 - \frac{3(-7+9)}{6} = 1 - \frac{3 \cdot 2}{6} = 1 - 1 = 0$
 $y_2 = 1 - \frac{3(-7-9)}{6} = 1 - \frac{3(-16)}{6} = 1 + 8 = 9$

$y_1 = \frac{3}{\sqrt{69}-7+8} = \frac{3}{\sqrt{69}-7+16} = \frac{3}{\sqrt{69}+9}$

$y_2 = \frac{3}{8-\frac{7+\sqrt{69}}{2}} = \frac{3}{\frac{16-7+\sqrt{69}}{2}} = \frac{6}{9+\sqrt{69}}$

$\frac{9-\sqrt{69}}{2} = \frac{6}{\sqrt{69}+9}$

$\frac{9+\sqrt{69}}{2} = \frac{6}{9-\sqrt{69}}$

$9\sqrt{69} + 81 - 69 - 9\sqrt{69} = 12$

$81 - 9\sqrt{69} + 9\sqrt{69} + 69 = 12$

3) $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$

$4x(x+3) + \frac{4}{x}(3+\frac{1}{x}) = 47$

$4(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 12(x + \frac{1}{x}) = 47$

$4(\frac{x^4+1}{x^2}) + 12(\frac{x^2+1}{x}) = 47$

$4(\frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2}) + 12(\frac{x^2+1}{x}) = 47$

$4(\frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2}) + 12(\frac{(x+1)(x-1)}{x}) = 47$

$\frac{4(x^2+1)(x^2-1)}{x^2} = 47 - \frac{12(x^2+1)}{x} = \frac{47x - 12(x^2+1)}{x}$

$4(\frac{x^2+1}{x})(\frac{x^2-1}{x} + 3) = 47$

Ответ на _____ стр.

Подпись участника _____

4. beer: 200 z.

$$\frac{z}{c} = \frac{2}{3} \quad \frac{z}{c} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{200/5}{20} = \frac{z}{40} \quad \frac{z}{120+x} = \frac{1}{4}$$

$$320 = 120 + x$$

$$x = 200.$$

$$2^{\log_2 4} = 4.$$

7. $\sqrt[3]{5^6 + \log_3 64} = \sqrt[3]{5^6 + \log_3 64} = \sqrt[3]{5^6 + 2 \log_3 8} = \sqrt[3]{5^6 + 2 \log_3 2^3} = \sqrt[3]{5^6 + 6 \log_3 2}$

$$= 5^{\frac{1}{3}(6 - \log_3 8)} = 5^{2 - \frac{\log_3 8}{3}} = \frac{9}{3^{\frac{1}{3} \log_3 8}} = \frac{9}{3^{\log_3 \sqrt[3]{8}}} = \frac{9}{\sqrt[3]{8}} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

6. $\text{tg } x = \text{ctg } 3x.$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos 3x}{\sin 3x}.$$

5. $x^2 - 3|x| + 1 = 0.$

$$x > 0$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 = 5.$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x < 0$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 = 5.$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{(-3 + \sqrt{5})^2}{4} - 3 \left| \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \right| + 1 = 0. \quad x^2 + 1 > 0.$$

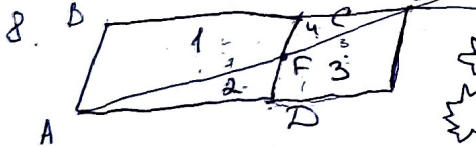
$$\frac{9 - 6\sqrt{5} + 5}{4} + 1 = 3 \left| \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \right|.$$

$$\frac{9 - 3\sqrt{5}}{2} = 3 \left| \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \right|.$$

$$|x| = \frac{x^2 + 1}{3} > 0.$$

$$\frac{(3 + \sqrt{5})^2}{4} + \frac{(3 - \sqrt{5})^2}{4} + \frac{(\sqrt{5} - 3)^2}{4} + \frac{(-\sqrt{5} - 3)^2}{4} = \frac{9 + 6\sqrt{5} + 5 + (9 - 6\sqrt{5} + 5) + (5 - 6\sqrt{5} + 9) + (5 + 6\sqrt{5} + 9)}{4}.$$

$$= \frac{9 \cdot 4 + 5 \cdot 4}{4} = 14.$$



$$\frac{AF}{FE} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{S_1}{S_4} = \frac{7}{3} = \frac{S_2}{S_3}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_4}{S_3}$$

$$S_4 = \frac{S_1 \cdot S_3}{S_2}$$

$$\text{tg } x = \text{ctg } 3x. \quad [0; \pi].$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos 3x}{\sin 3x}.$$

$$S_2 + S_3 = S_1 + S_4.$$

$$S_2 = S_1 + S_4 - S_3.$$

$$8^{30} + x = y.$$

$$5^1 \cdot 2$$

1. $4 \cdot 1 + 3 = 7$

$$4 \cdot 2 + 3 = 11$$

$$4 \cdot 3 + 3 = 15$$

$$4 \cdot 4 + 3 = 19$$

$$4 \cdot 5 + 3 = 23$$

$$4 \cdot 6 + 3 = 27$$

$$4 \cdot 7 + 3 = 31$$

$$4 \cdot 8 + 3 = 35.$$

$$4 \cdot (1+2+3+\dots+24) + 3$$

$$10 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 3 + 40 \cdot 2 + 50 \cdot 3 + 60 \cdot 2 + 70 \cdot 3 + 80 \cdot 2 + 90 \cdot 3 +$$

$$+ 15 + 10 + 15 + 10 + 15 + 10 + 15 + 10 = \frac{30+40}{2} + \frac{30+80}{2} + 150 + 120 + 160 + 270 +$$

$$+ 15 \cdot 4 + 80 = 390 + 390 + 200 + 200 + 150 + 30 + 60 = 1150 + 90 = 1240.$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 40 \\ \hline 115 \\ + 7 \\ \hline 122 \end{array}$$

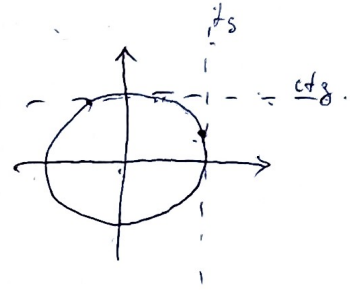
206-30.

ЛИСТ ОТВЕТА

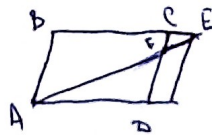
черновик

③ $4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47.$

1) $4\left(\frac{x^2+1}{x}\right)\left(\frac{x^2-1}{x} + 3\right) = 47.$



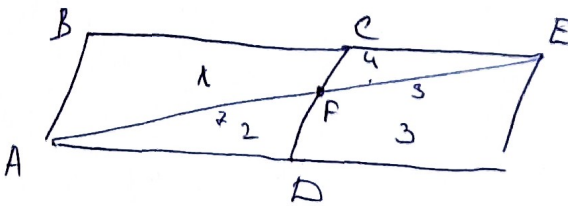
$\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\sqrt{3}$
 $\text{tg } \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$



$\triangle ABE \sim \triangle FDA.$
 $\triangle ABE \sim \triangle FCE.$
 $\frac{FE}{AE} = \frac{3}{10} = 0,3.$

$\frac{S_{CFE}}{S_{ABE}} = 0,09.$

$S_{ABE} = \frac{S_{CFE}}{0,09}.$
 $S_{CFE} = 0,09 \cdot S_{ABE}.$



$S_2 + S_3 = S_1 + S_4$

$\frac{7}{34} = \frac{S_1}{S_4} = \frac{S_2}{S_3}$

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{S_4}{S_3}$

$\frac{S_{ABE}}{S_{FDA}} = \frac{10}{7}$

$\frac{S_{FDA}}{S_{ABE}} = 0,7.$

$\frac{S_{FDA}}{S_{ABE} - S_{CFE}} = 0,7.$

$\frac{S_{FDA}}{S_{ABE}} = 0,49$

$\frac{S_{FDA}}{S_{CFE}} = \frac{0,49}{0,09} = \frac{49}{9}.$

~~$\frac{S_{FDA}}{S_{ABE}} = 0,49$~~

$\frac{S_{FDA}}{S_{CFE}}$

$\frac{S_{FDA}}{S_{ABE}} = \frac{49}{100}$

$\frac{S_{FDA}}{S_{CFE}} = \frac{49}{9}$

$\frac{S_{FDA}}{S_{ABE} - S_{CFE}} = \frac{49}{100}$

$\frac{S_{ABE} - S_{CFE}}{S_{FDA}} = \frac{100}{49} - \frac{9}{49} = \frac{81}{49}.$

Ответ на _____ стр.

Подпись участника _____