

404-17

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования Башкирский
государственный педагогический университет им. М.Акумлы

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

АКМУЛЛИНСКАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

(указать название олимпиады)

Участник Балаутдинов Тамирлан Дематович

(фамилия имя отчество)

Дата проведения олимпиады

« 31 » марта 2023 г.

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 2 \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} \right)^2 + 2 \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2} \right)^2 = \frac{14+6\sqrt{5}}{2} + \frac{14-6\sqrt{5}}{2} = 14 \quad 25$$

4. m - масса неизвестной массы, $m = 200$ г, m_{Ag} - масса серебра в усл. объеме, $m_{Ag} = \frac{2}{5} m = 120$ г, Δm - масса, которую нужно прибавить.

$$\frac{m_{Ag} + \Delta m}{m + \Delta m} = 0,8 \quad m_{Ag} + \Delta m = 0,8 m + 0,8 \Delta m$$

$$0,2 \Delta m = 0,8 m - m_{Ag}$$

$$\Delta m = 4 m - 5 m_{Ag} = 4 \cdot 200 - 5 \cdot 120 = 200 \text{ (г)}$$

Ответ: 200 г.

5. $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} 3x$ $\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\cos 3x}{\sin 3x}$ $\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4 \cos^3 x - 3 \cos x}{3 \sin x - 4 \sin^3 x}$

$$3 \sin^2 x - 4 \sin^4 x = 4 \cos^4 x - 3 \cos^2 x$$

$$4 \cos^4 x + 4 \sin^4 x = 3 \sin^2 x + 3 \cos^2 x$$

$$\cos^4 x + \sin^4 x = \frac{3}{4} \quad (\cos^2 x + \sin^2 x)^2 - 2 \cos^2 x \sin^2 x = \frac{3}{4}$$

$$1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$4 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 2x = \frac{1}{2}$$

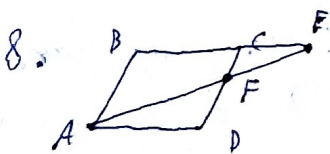
$$\begin{cases} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n & 2x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n \\ 2x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n & 2x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n \end{cases}$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$$

Ответ: $\frac{\pi}{8}$.



$AF:FE = 7:3$
 $ABCD$ - параллелограмм

$$\triangle AFD \sim \triangle EFC \rightarrow S_{AFD} = \left(\frac{AF}{FE} \right)^2 S_{EFC} = \frac{49}{9} S_{EFC}$$

$$\triangle ABE \sim \triangle FCE \rightarrow S_{ABE} = \left(\frac{AE}{FE} \right)^2 S_{FCE} = \left(\frac{FE + \frac{7}{3}FE}{FE} \right)^2 S_{FCE} =$$

$$= \frac{100}{9} S_{FCE} \quad S_{ABCF} = S_{ABE} - S_{FCE} = \frac{100}{9} S_{FCE} - S_{FCE} =$$

$$= \frac{91}{9} S_{FCE} \quad S_{ABCF} : S_{AFD} = \frac{91}{9} : \frac{49}{9} = 13:7.$$

Ответ: 13:7.

404-17.

ЛИСТ ОТВЕТА

10. Пусть S - расстояние от школы до дома, v_1 - скорость мамы, t_1 - момент времени, в который мама вышла из дома к школе, t_2 - момент встречи школьницы и мамы, v_2 - скорость школьницы, s_1 - расстояние от дома до места встречи

$$\begin{cases} S = v_1(t_1 - 8:30) \\ 8:10 + 2(t_2 - 8:10) + \frac{S}{v_1} = t_1 + 10 \text{ мин} \\ t_2 = 6:10 + \frac{s_1}{v_2} \\ t_2 = 8:10 + \frac{s_1}{v_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8:10 + 2(t_2 - 8:10) + t_1 - 8:30 = t_1 + 10 \text{ мин} \\ t_2 = 6:10 + \frac{s_1}{v_2} \\ t_2 = 8:10 + \frac{s_1}{v_1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(t_2 - 8:10) = 30 \text{ мин} \\ \frac{s_1}{v_2} = t_2 - 6:10 \\ \frac{s_1}{v_1} = t_2 - 8:10 \end{cases} \quad \begin{cases} t_2 = 8:25 \\ \frac{s_1}{v_2} = 27 \text{ мин} = 135 \text{ мин} \\ \frac{s_1}{v_1} = 15 \text{ мин} \end{cases}$$

$$\frac{\frac{s_1}{v_2}}{\frac{s_1}{v_1}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{135}{15} = 9$$

Ответ: 8 9 раз

25

Ответ на 2 стр.

Подпись участника _____

404-17

ЛИСТ ОТВЕТА

$$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$$

$$4(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 12(x + \frac{1}{x}) = 47$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2$$

$$4(t^2 - 2) + 12t = 47$$

$$4t^2 = 55$$

$$\sqrt[3]{\frac{3+\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}-3}{2}} + 7 =$$

$$= 9 + 3 \frac{\log_3 64}{3} = 9 + 3 \log_3 \sqrt[3]{64}$$

$$= 9 + 3$$

$$D = 144 + 220 \cdot 4 = 880 + 744 = 1624 = 32^2$$

$$y = \frac{7-3x}{3x+8}$$

$$y = \frac{3}{7-y+8}$$

$$y = \frac{3}{9-y}$$

$$9y - y^2 = 3$$

$$y^2 - 9y + 3 = 0$$

$$y^2 - 9y + 3 = 0 \quad D=69$$

$$y_1 = \frac{9 + \sqrt{69}}{2}$$

$$y_2 = \frac{9 - \sqrt{69}}{2}$$

Ответ на _____ стр.

Подпись участника _____

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &= 2 \cos^2 x \cos x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x = \\ &= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \sin^2 x \cos x = \\ &= 2 \cos^3 x - \cos x - 2(1 - \cos^2 x) \cos x = \\ &= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x = \\ &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b = \cos x(1 + 2 \sin^2 x) - \sin x \cdot 2 \cos x = \\ &= \cos x + 2 \cos x \sin^2 x - 2 \sin x \cos x = \\ &= \cos x + 2 \cos x (1 - \cos^2 x) - 2 \sin x \cos x = \\ &= \cos x + 2 \cos x - 2 \cos^3 x - 2 \sin x \cos x = \\ &= 3 \cos x - 2 \cos^3 x - 2 \sin x \cos x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \cos^3 x - \sin^2 x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x = \\ &= \cos^3 x - 3 \sin^2 x \cos x = \frac{-11 - \sqrt{105}}{4} \\ &= \cos x (\cos^2 x - 3 \sin^2 x) = \cos x (4 \cos^2 x - 3) = \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} 3x = \frac{4 \cos^3 x - 3 \cos x}{3 \sin x - 4 \sin^3 x}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\cos 3x}{\sin 3x} = \frac{4 \cos^3 x - 3 \cos x}{3 \sin x - 4 \sin^3 x}$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4 \cos^3 x - 3 \cos x}{3 \sin x - 4 \sin^3 x}$$

$$\sin 3x =$$

$$= \sin 2x \cos x +$$

$$+ \sin x \cos 2x =$$

$$= 2 \sin x \cos^2 x + \sin^3 x =$$

$$= \sin x (2 \cos^2 x + \sin^2 x) =$$

$$= \sin x (2 - 4 \sin^2 x + \sin^2 x) = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$

$$\log a^6 = 6 \log a$$

$$\log_3 64 = 6 \log_3 2$$

$$= 9 + 3 \cdot 2 \log_3 2 =$$

$$= 9 + 9 \log_3 2 =$$

$$= 9 + \frac{1}{9 \log_3 2} = 9 + \frac{1}{2} = 9,5$$

$$2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{8}$$

$$(1 - \cos^2 x)(\cos^2 x) = \frac{1}{8}$$

$$y_1 y_2 = \frac{81 - 69}{4} = \frac{2}{4}$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$$

$$(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\cos^2 x = t$$

$$t - t^2 = \frac{1}{4} \quad t^2 - t + \frac{1}{4} =$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{4} \\ t_1 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} = \\ &= \frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$M_{Ay} = 80 \quad M_{Ay} = 170$

$200 = 2 \cdot 24^2 \cdot 11.76^2 - 4 \cdot 24 \cdot 26 \cos \alpha$

$\cos \alpha = \frac{1092}{4 \cdot 26 \cdot 24} = \frac{263}{26 \cdot 24}$

$\frac{M_{Ay} + \Delta M}{M_{Ay} + M_{\Delta M}} = 0,8$

$M_{Ay} + \Delta M = 0,8 M + 0,8 \Delta M$

$0,2 \Delta M = 0,8 M - M_{Ay}$

$\Delta M = 4 M - 5 M_{Ay} = 4 \cdot 200 - 5 \cdot 170 = 200$

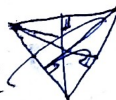
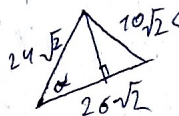
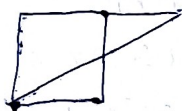
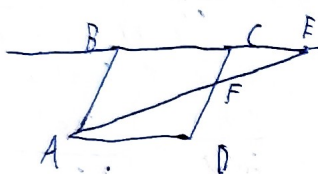
$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{263^2}{26^2 \cdot 24^2}} = \frac{576}{3456}$



$S_{ADF} = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot AEFD \left(\frac{7}{9}\right)^2 S_{FEC}$

$S_{ABCF} = S_{AEBF} - S_{FEC} = \left(\left(\frac{7}{9}\right)^2 - 1\right) S_{FEC} =$

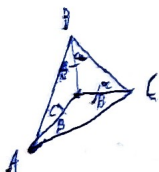
$= \frac{90}{9} S_{FEC} = \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot CFFF$



$S = v_1 t_1$

$S + 20 = \frac{S}{v_1} (t_1 + 2t_2 v_1) = 10 +$

$a = \frac{AB^2}{4}$



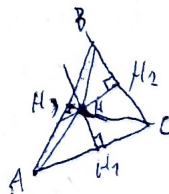
$2\alpha + 2\beta + \gamma = 90^\circ$

$S = v_1 (t_1 - 8:30)$

$8:10 + \frac{S}{v_1} + 2 \cdot (t_2 - 8:10) = t_1 + 10$

$t_2 = 6:10 + \frac{S_1}{v_2}$

$\frac{S_1}{v_1} = (t_2 - 8:10)$



$AH = BH = CH$

$CH^2 = CH^2$

$CH = \frac{AC^2}{4} + AH^2 =$

$8:10 + t_1 - 8:30 + 2(t_2 - 8:10) = t_1 + 10$

$t_2 = 6:10 + \frac{S_1}{v_2}$

$\frac{S_1}{v_1} = t_2 - 8:10$

$t_1 - 20 + 2t_2 - 2 \cdot (8:10) = t_1 + 10$

$8:25 = 6:10 + \frac{S_1}{v_2}$

$\frac{S_1}{v_1} = 15$

$\frac{S_1}{v_2} = 19,5$

$\frac{v_1}{v_2} = \frac{735}{15} = 9$

$2(t_2 - 8:10) = 30$

$t_2 - 8:10 = 15$

$t_2 =$

$t_2 = 8:25$