

404-11

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования Башкирский  
государственный педагогический университет им. М.Акумлы

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

АКМУЛЛИНСКАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

(указать название олимпиады)

Участник Терасимова Александра Олеговна

(фамилия имя отчество)

Дата проведения олимпиады

« 31 » марта 2023 г.

4011-11

ЛИСТ ОТВЕТА

6 баллов

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |

№1. Числа, кратные 4 - четные числа, дающие остаток 3 - нечетные.  
 Двухзначные числа  $\in [10; 99] \Rightarrow$  первое число ( $x_1$ ) выполняющее условие = 11, последнее = 99, интервал прогрессии = 4 (11, 15, 19...)  
 Сумма прогрессии в промежутке двухзначных чисел =  $1265 \cdot (110 - 11 + 55) / 2$

№4.  $m = 200z$

золото: средно = 2:3  $\Rightarrow m_c = \frac{3}{2+3} \cdot 200 = 120z$

$$\frac{Am_c + m_c}{Am_c + m} = 0,8 \Rightarrow \frac{Am_c + 120z}{Am_c + 200z} = 0,8 \Rightarrow Am_c + 120z = 0,8m_c + 160z \Rightarrow$$

$$0,2Am_c = 40z \quad Am_c = 200z$$

Ответ: надо добавить 200z золота.

№6.  $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} 3x \quad x \in [0; \pi]$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} 3x}$$

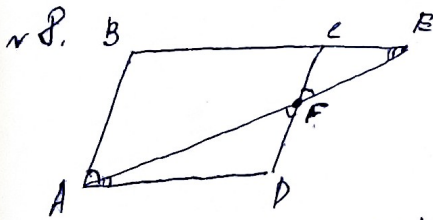
$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 3x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = 1 \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} 3x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \pi k \quad 3x = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

наименьшее корень  $x_{\min} = \frac{\pi}{12}$



коэф. подобия  $(k_1) = \frac{EF}{AF} = \frac{3}{7}$

коэф. подобия  $(k_2) = \frac{EF}{AF+EF} = \frac{3}{10} = 0,3$

$\triangle CEF \sim \triangle ABE$  по 2-м углам ( $\angle E$  - общий,  $\angle EFC = \angle ABE$ , так как  $AB \parallel CD$ )

(по св-ву параллельных) и секущей AE)

$$\frac{S_{CEF}}{S_{ABE}} = k_2^2 = 0,09$$

$\triangle CEF \sim \triangle ADF$  по 2-м углам ( $\angle CFE = \angle AFD$  - вертикальные,  $\angle CEF = \angle FAD$  - как соответственные при  $AB \parallel CD$  и сек. AE).

$$\frac{S_{CEF}}{S_{ADF}} = k_1^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

на обратной стороне

Ответ на \_\_\_\_\_ стр.

Подпись участника \_\_\_\_\_

$$S_{CEEF} = S_{ADFE} \cdot k_1^2 \Rightarrow \frac{S_{ADFE} \cdot k_1^2}{S_{ABCF}} = k_1^2 \Rightarrow S_{ABCF} = \frac{S_{ADFE} \cdot k_1^2}{k_1^2}$$

$$S_{ABCF} = S_{ABCE} - S_{CEEF} = S_{ABCE} - S_{ADFE} \cdot k_1^2 = S_{ADFE} \cdot \frac{k_1^2}{k_1^2} - S_{ADFE} \cdot k_1^2 = S_{ADFE} \left( \frac{k_1^2}{k_1^2} - k_1^2 \right)$$

$$\frac{S_{ADFE}}{S_{ABCF}} = \frac{S_{ADFE}}{S_{ADFE} \left( \frac{k_1^2}{k_1^2} - k_1^2 \right)} = \frac{1}{\left( \frac{k_1^2}{k_1^2} - k_1^2 \right)} = \frac{1}{\left( \frac{9}{49} - \frac{9}{49} \right)} = \frac{1}{\left( \frac{100-9}{49} - \frac{9}{49} \right)} = \frac{1}{\frac{81}{49}} = \frac{49}{81}$$

Ответ:  $\frac{S_{ADFE}}{S_{ABCF}} = \frac{49}{81}$  ○

р 10.  $8^{30} + \text{горюха} = x$

$$6^{10} + 2x + \text{машинка (туда + обратно)} + \text{горюха} = x + 10.$$

$$6^{10} + 2x + \text{машинка (туда + обратно)} = 8^{40}.$$

$$\text{машинка (туда + обратно)} = 8^{40} - 6^{10} = 0,5z.$$

$$\text{Машинка туда} = 2 \text{ Вилка + 2 Вилка + 2 Вилка} = 2V_{\text{в}} + 2V_{\text{в}}^2$$

$$\text{Машинка (туда + обратно)} = 2 \left( 2V_{\text{в}} + 2V_{\text{в}}^2 \right) = 4V_{\text{в}} + 4V_{\text{в}}^2 = 0,5z.$$

$$4V_{\text{в}} + 4V_{\text{в}}^2 = \frac{V_{\text{маш}}}{2}$$

$$2 \left( 4V_{\text{в}} + 4V_{\text{в}}^2 \right) = V_{\text{маш}}.$$

$$8V_{\text{в}} (V_{\text{маш}} + V_{\text{в}}) = V_{\text{маш}}.$$

$$\frac{V_{\text{маш}}}{V_{\text{в}}} = \frac{8V_{\text{в}} (V_{\text{маш}} + V_{\text{в}})}{V_{\text{в}}} = 8 (V_{\text{маш}} + V_{\text{в}})$$

$$\sqrt{3} \cdot 4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47. \quad | \cdot x^2$$

$$4x^4 + 12x^3 + 12x + 4 = 47x^2.$$

$$x = 2. \quad \text{○}$$

р 5.  $x^2 - 3|x| + 1 = 0$

I.  $x^2 + 3x + 1 = 0$  II.  $x^2 - 3x + 1 = 0. \quad D = 9 - 4 = 5$

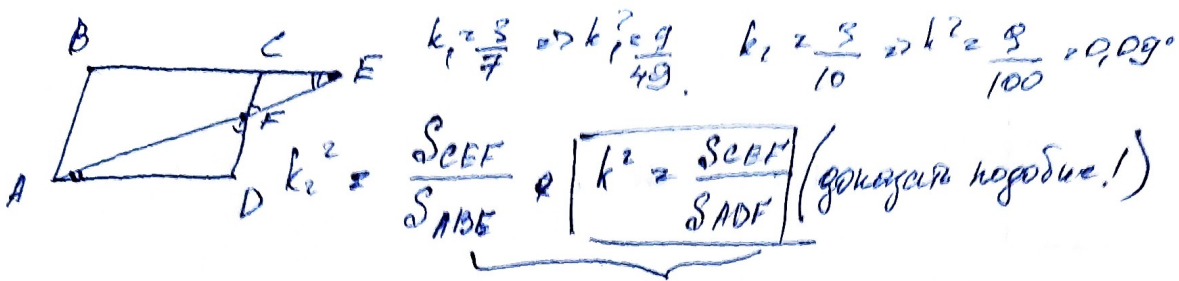
$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = x_3^2 + x_4^2.$$

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{14 - 6\sqrt{5}}{4} + \frac{14 + 6\sqrt{5}}{4} = \frac{28}{4} = 7.$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 2 \cdot 7 = 14. \quad \text{2}$$



$$S_{CDEF} = k^2 \cdot S_{ADF} \Rightarrow \frac{S_{ADF} \cdot k^2}{S_{ABDE}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{ADF}}{S_{ABDE}} = 1$$

$$S_{ABCF} = S_{ABDE} - S_{CDEF} = S_{ABDE} - k^2 \cdot S_{ADF} = S_{ABDE} - k^2 \cdot S_{ADF} = S_{ABDE} (1 - k^2)$$

$$\frac{S_{ADF}}{S_{ABCF}} = \frac{S_{ADF}}{S_{ADF} (1 - k^2)} = \frac{1}{1 - k^2} = \frac{1}{\frac{41}{48}} = \frac{48}{41}$$

Маш (выг + обр) =

2. Ven: 2 +

ven: 2 Ven

$V_{max}$

$$\frac{4 \cdot Ven + 9 Ven^2}{V_{max}}$$

$$= 0,52$$

$V_{max}$

$$\frac{4V_c + 4V_c^2}{V_{max}} = \frac{V_{max}}{2}$$

$$2(4V_c \cdot V_{max} + 4V_c^2) = V_{max}$$

$$8V_c (V_{max} + V_c) = V_{max}$$

$$x_1 = \left( \frac{\sqrt{5} - 3}{2} \right)^2 = \frac{(\sqrt{5} - 3)^2}{4}$$

$$= \frac{(5 - 6\sqrt{5} + 9)}{4} = \frac{14 - 6\sqrt{5}}{4}$$

$$x_3 = \frac{(3 - \sqrt{5})^2}{4} = \frac{9 - 6\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{14 - 6\sqrt{5}}{4}$$

$$4x^4 + 12x^3 + 12x + 4 = 47x^2$$

$$4x(x^3 + 4) + 4(x^3 + 1) = 47x^2$$

$$x^2 - 3|x| + 1 = 0$$

-x

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 = \sqrt{5}$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$$

x

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 = \sqrt{5}$$

$$x_3 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_4 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_3^2 = \left( \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right)^2 = \frac{9 + 6\sqrt{5} + 5}{4} = \frac{14 + 6\sqrt{5}}{4}$$

|   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
| 1 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 441 | 184 | 629 | 576 | 625 |     |     |     |     |

$\frac{16}{18} \quad \frac{18}{18} \quad \frac{19}{19} \quad \frac{21}{21} \quad \frac{22}{22}$   
 $\frac{96}{18} \quad \frac{1214}{18} \quad \frac{171}{19} \quad \frac{21}{21} \quad \frac{44}{22}$   
 $\frac{256}{18} \quad \frac{824}{18} \quad \frac{436}{19} \quad \frac{144}{21} \quad \frac{464}{22}$   
 $\frac{273}{18} \quad \frac{24}{18} \quad \frac{51}{19} \quad \frac{29}{21}$   
 $\frac{69}{18} \quad \frac{86}{18} \quad \frac{31}{19} \quad \frac{281}{21}$   
 $\frac{26}{18} \quad \frac{48}{18} \quad \frac{98}{19} \quad \frac{58}{21}$   
 $\frac{528}{18} \quad \frac{576}{18} \quad \frac{98}{19} \quad \frac{58}{21}$   
 $\frac{21}{22} \quad \frac{42}{22} \quad \frac{83}{22} \quad \frac{164}{22} \quad \frac{325}{22} \quad \frac{641}{22} \quad \frac{2087}{22}$

$$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$$

$$4x^4 + 12x^3 + 12x + 4 = 47x^2$$

$$4x^4 + 12x^3 + 12x + 45 = 0$$

$$12x(x^2 + 1) + 4x^4 - 45 = 0$$

$$4x^4 + 3x^3 + 3x + 1 = 47x^2$$

$$x^4 + 3x^3 + 3x - 10,75 = 0$$

$$4x^4 + 12x^3 - 47x^2 + 12x + 4 = 0$$

$$4x^4 + 12x^3 + 12x + 4 = 47x^2$$

$$4 + 12 + 12 + 4 = 47$$

$$64 + 96 + 24 + 4 = 188$$

$x^2 \neq 0$   
 $x \neq 0$

$$x^4 + 3x^3 + 3x = 10,75$$

$$x(x^3 + x^2 + 3) = 10,75$$

$$\frac{m_c + 4m_c}{m + 4m_c} = 0,8$$

$$m_c = 200z$$

$$\frac{m_c + 100}{m + m_c} = 0,8$$

$$120 + m_c = 0,8m + 0,8m_c$$

$$120 + m_c = 160 + 0,8m_c$$

$$0,2m_c = 40 \quad m_c = \frac{40}{0,2} = 200$$

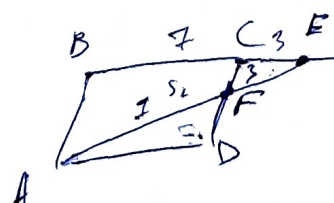
$$120x + x = 160 - 4x$$

$$0,2x = 40 \quad x = \frac{40}{0,2} = 200$$

$$\frac{700}{280} = \frac{40}{28}$$

$$\frac{120 + 200}{400} = \frac{320}{400}$$

$f(x) = c f_3(x)$   
 $f(x) = \frac{1}{f_3(x)}$   
 $f(x) \cdot f_3(x) = 1$   
 $f(x) = \frac{1}{f_3(x)}$   
 $x = \frac{1}{f_3(x)}$



$\frac{S_{CEF}}{S_{AEB}} = \frac{S_{EFB}}{S_{BDF}} \quad k^2 = \frac{9}{49}$   
 $S_{BCEF} = S_{BDF} - S_{CEF}$

$$\frac{1}{9} = 64$$

$8^{30} + 8^{30} = x \quad 8 \cdot 40$   
 $6^{10} + 27 + \text{машина (пуля + отпав)} = 8^{30} + x + 10$   
 $6^{10} + 27 + \text{машина (пуля + отпав)} = 8^{40}$   
 $8^{10} - S_{\text{машина}} = 27 \quad 8^{20} - 22M / 0M / 6 = 0,52$