

404-10

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования Башкирский  
государственный педагогический университет им. М.Акумлы

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

АКМУЛЛИНСКАЯ ОЛИМПИАДА

по математике

(указать название олимпиады)

Участник Тусинов Ярослав Тусинович

(фамилия имя отчество)

Дата проведения олимпиады

« 31 » марта 20 23 г.

404-10

ЛИСТ ОТВЕТА

8. Санкт

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1	2	3	4	5	6	7	8

1) Все двузначные натуральные числа,  $x$ -е при делении на 4 дают остаток 1, повторяются через 4: 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47, 51, 55, 59, 63, 67, 71, 75, 79. Их сумму можно вычислить как сумму арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n, \text{ где } n = 18, d = 4, a_1 = 11$$

$$S_n = \frac{2 \cdot 11 + 4(18-1)}{2} \cdot 18 = \frac{22 + 4 \cdot 17}{2} \cdot 18 = \frac{22 + 68}{2} \cdot 18 = \frac{90}{2} \cdot 18 = 810$$

Ответ: 810 0

2)  $y = \frac{3}{3x+8}$ ;  $3x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 3x$   
приводим оба уравнения, чтобы найти точки пересечения.

$$\frac{3}{3x+8} = 1 - 3x; \quad \frac{3}{3x+8} - 1 + 3x = 0; \quad \frac{3 - 3x - 8 + 9x^2 - 24x}{3x+8} = 0$$

$$9x^2 + 21x - 5 = 0; \text{ при } x \neq -\frac{8}{3}$$

$$D = 21^2 - 4 \cdot 9 \cdot (-5) = 441 + 180 = 621 = (3\sqrt{69})^2$$

$$x_1 = \frac{-21 + 3\sqrt{69}}{2 \cdot 9} = \frac{\sqrt{69} - 7}{6}$$

$$x_2 = \frac{-21 - 3\sqrt{69}}{2 \cdot 9} = -\frac{\sqrt{69} + 7}{6}$$

$$y_1 = 1 - 3 \left( \frac{\sqrt{69} - 7}{6} \right) = 1 - \frac{\sqrt{69} - 7}{2} = \frac{2 - \sqrt{69} + 7}{2} = \frac{9 - \sqrt{69}}{2}$$

$$y_2 = 1 - 3 \left( -\frac{\sqrt{69} + 7}{6} \right) = 1 + \frac{\sqrt{69} + 7}{2} = \frac{9 + \sqrt{69}}{2}$$

$$y_1 \cdot y_2 = \frac{9 - \sqrt{69}}{2} \cdot \frac{9 + \sqrt{69}}{2} = \frac{(9 - \sqrt{69})(9 + \sqrt{69})}{4} = \frac{9^2 - 69}{4} = \frac{81 - 69}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

Ответ: 3 2

$$3) 4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$$

$$12 \left( x + \frac{1}{x} \right) + 4 \left( x^2 + \frac{1}{x^2} \right) = 47$$

Пусть  $x + \frac{1}{x} = t$   $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$ , т.к.  $(x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = t^2$

Ответ на \_\_\_\_\_ стр.

Подпись участника Дитя

Про дальнейшее на обратной стороне

$$t^2 - 2t = 25 \cdot \frac{1}{20}$$

$$12t + 4(t^2 - 2t) = 47$$

$$4t^2 + 4t^2 - 8t - 47 = 0$$

$$4t^2 + 4t - 55 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 4 \cdot (-55) = 144 + 880 = 1024 = 32^2$$

$$t_1 = \frac{-2 \pm 32}{2 \cdot 4} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$t_2 = \frac{-2 - 32}{2 \cdot 4} = \frac{-34}{8} = \frac{-17}{4} = -4,25$$

$$x + \frac{1}{x} = 2,5 \quad | \cdot 10$$

$$\frac{10x^2 + 10 - 25x}{x} = 0, \quad x \neq 0$$

$$10x^2 - 25x + 10 = 0$$

$$D = 25^2 - 4 \cdot 10 \cdot 10 = 625 - 400 = 225 = (15\sqrt{1})^2$$

$$x_1 = \frac{25 - 15}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{25 + 15}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

$$x + \frac{1}{x} = -5,5 \quad | \cdot 10$$

$$\frac{10x^2 + 10 - 55x}{x} = 0, \quad x \neq 0$$

$$10x^2 - 55x + 10 = 0$$

$$D = 55^2 - 4 \cdot 10 \cdot 10 = 3025 - 400 = 2625 = (5\sqrt{105})^2$$

$$= (5\sqrt{105})^2$$

$$x_1 = \frac{55 + 5\sqrt{105}}{20} = \frac{\sqrt{105} + 11}{4}$$

$$x_2 = \frac{55 - 5\sqrt{105}}{20} = -\frac{\sqrt{105} + 11}{4}$$

Ответ:  $\frac{5 - \sqrt{5}}{4}$ ;  $\frac{5 + \sqrt{5}}{4}$ ;  $\frac{\sqrt{105} - 11}{4}$ ;  $-\frac{\sqrt{105} + 11}{4}$  ○

4) Всего 2002

$$\frac{2}{3} = \frac{3}{2} \quad 200 : 5 = 40 \text{ т}$$

Значит, золота  $2 \cdot 40 = 80$  (т), серебра  $3 \cdot 40 = 120$  (т)

т.к. серебра содержится 80%, то золота будет  $100 - 80 = 20\%$

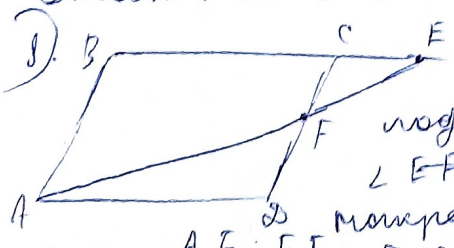
Без пропорции можно вес серебра во II слитке

80 т - 20%  $x$  - масса серебра во II слитке

$x$  - 80%  $x = \frac{80 \cdot 80}{20} = 320$  т, значит нулевым было го-

ловым  $320 \text{ т} - 120 \text{ т} = 200 \text{ т}$

Ответ: 200 т



Треугольники  $\triangle AFD \sim \triangle EFC \sim \triangle EAB$ , они подобны т.к.  $\angle AFD = \angle EFC$ ,  $\angle ADF = \angle FEC$  - вертикаль-ные,  $\angle ADF = \angle FCE$  т.к.  $BE \parallel AD$  секущая  $CD$ ,

т.к.  $AF:FE = 7:3 \Rightarrow AF:AE = 7:10$  значит их площади относятся как квадраты  $7^2:10^2$ , выразим площадь подобным треугольником  $\triangle AFD = x$

$$\frac{S_{CFE}}{S_{CFE}} = \frac{7^2}{3^2}, \quad S_{CFE} = \frac{9x}{4}, \quad \frac{S_{ABE}}{S_{ABE}} = \frac{7^2}{10^2} = S_{ABE} = \frac{100x^2}{49}, \quad S_{ABCF} = S_{ABE} - S_{CFE}$$



Продолжение задания

$$S_{ABCF} = \frac{100x}{49} - \frac{9x}{49} = \frac{91x}{49} = \frac{13x}{7}$$

$$\frac{S_{ABCF}}{S_{AFD}} = \frac{13}{7}$$

Ответ:  $\frac{13}{7}$  2

5)  $x^2 - 3|x| + 1 = 0$  (\*)

Решение

$$\begin{cases} x < 0 & (1) \\ x^2 + 3x + 1 = 0 & (2) \\ x \geq 0 & (3) \\ x^2 - 3x + 1 = 0 & (4) \end{cases}$$

(2):  $x^2 + 3x + 1 = 0$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 9 - 4 = 5$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 3}{2} \text{ не подходит (1)}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} = -\frac{\sqrt{5} + 3}{2} \text{ не подходит (1)}$$

(4):  $x^2 - 3x + 1 = 0$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 9 - 4 = 5$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \text{ не подходит (3)}$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5} - 3}{2} \text{ подходит (3)}$$

$$\left(\frac{\sqrt{5} - 3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{5} + 3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$\frac{(5 - 6\sqrt{5} + 9) + (5 + 6\sqrt{5} + 9) + (9 + 6\sqrt{5} + 5) + (9 - 6\sqrt{5} + 5)}{4} = \frac{20 + 36}{4} = \frac{56}{4} = 14$$

$$= 14$$

Ответ: 14 2

Ответ на \_\_\_\_\_ стр.

Подпись участника Тру

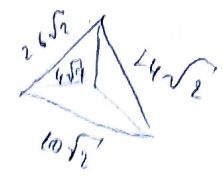
S =

8.20

6.10 2 120.u + a(172)

104-10

### ЛИСТ ОТВЕТА



12:9 = 3

14:9 = 3 (some v)

15:9

19:9

23:9

29

43

37

61

65

70

83

87

91

25

19

16

9

55

16

180

55

730

47

8

55

22

76

24

144

$12x^2 + 16x + 1 = 0$

$12x^2 + 12x + 4 = 0$

$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$

$12(x + \frac{1}{x}) + 4(x^2 + \frac{1}{x^2}) = 47$

$12(x + \frac{1}{x}) + 4t = 47$

Пусть  $x + \frac{1}{x} = t$

$(x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

$4x^2 + 12x + \frac{12}{x} + \frac{4}{x^2} = 47$

$12(x + \frac{1}{x}) + 4(x^2 + \frac{1}{x^2}) = 47$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$(x + \frac{1}{x})(x + \frac{1}{x}) = x^2 + 1 + 1 + \frac{1}{x^2}$

$t^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

$12t + 4(t^2 - 2) = 47$

$12t + 4t^2 - 8 = 47$

$4t^2 + 12t - 55 = 0$

$D = 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-55) = 144 + 730 = 874$

$x + \frac{1}{x} = 2.5$

$x^2 + 1 - 2.5x = 0$

$x^2 - 2.5x + 1 = 0$

$10x^2 - 25x + 10 = 0$

$D = 25^2 - 4 \cdot 10 \cdot 10 = 625 - 400 = 225$

$x_1 = \frac{25 - 5\sqrt{5}}{20} = \frac{5 - \sqrt{5}}{4}$

$x_2 = \frac{25 + 5\sqrt{5}}{20} = \frac{5 + \sqrt{5}}{4}$

$160 - 2 \cdot 388 - 3n - 8 = 0$

$3x + 8 - 1 + 3x = 0$

$-3x - 8 + 3x^2 + 24x = 0$

$3x^2 + 21x - 8 = 0$

$D = 21^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-8) = 27^2$

$x_1 = \frac{-21 + 27}{2 \cdot 3} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

$x_2 = \frac{-21 - 27}{2 \cdot 3} = \frac{-48}{18} = -\frac{8}{3}$

$1 - 3x = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{9}$

$1 - 3 \cdot (-\frac{8}{3}) = 1 + 8 = 9 \Rightarrow x = 0$

874 | 2

437

228

56

784

12(t) + 4(t^2 - 2) = 47

12t + 4t^2 - 8 = 47

4t^2 + 12t - 55 = 0

12^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-55)

D = 7024 = 32^2

t\_1 = \frac{-12 + 32}{2 \cdot 4} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2.5

t\_2 = \frac{-12 - 32}{2 \cdot 4} = \frac{-44}{8} = -\frac{11}{2} = -5.5

625

400

125

720 | 9

243

81

27

9

3

1

36

21

21

42

288

441

729

23

23

169

46

52999

189

21

150

944

627

6213

2073

693

23121

55

880

144

1024

23

9

69

2155

255

55

1

Подпись участника

Jan

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

125

625

400

