Задачи по физике для Акмуллинской олимпиады

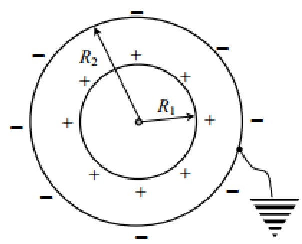
(иностранные студенты)

1. Тело, свободно падая с некоторой высоты h, последние h_1 = 100 м пролетело за t_1= 4 с. Определите время t падения тела с высоты h. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ответ представьте в единицах СИ.

2. Автомобиль заворачивает на дороге с радиусом поворота 25 м. Какую максимальную скорость (в м/с) может развивать автомобиль, чтобы его не «занесло», если коэффициент трения скольжения 0,8? Ответ округлите до десятых.

3. В калориметре смешиваются три химически не взаимодействующих жидкости в количествах m_1=1 кг, m_2=10 кг, m_3=5 кг, имеющих соответственно температуры t_1=6°C, t_2=40°C, t_3=60°C и удельные теплоемкости c_1=2 кДж/(кг°C), c_2=4 кДж/(кг°C), c_3=2 кДж/(кг°C). Определите температуру (в градусах Цельсия) смеси жидкости и количество теплоты Q (в джоулях), необходимое для последующего нагревания смеси до t= 6°C.

4. Металлический шар радиусом R_1= 0,1 м, заряженный до потенциала φ= 400В, окружили незаряженной концентрической сферической проводящей оболочкой радиусом R_2=0,2 м (см. рис). Чему станет равен потенциал шара, если оболочку заземлить?

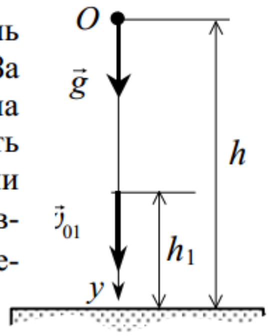


5. На дифракционную решетку, содержащую 400 штрихов на один миллиметр, падает нормально монохроматический свет (600 нм). Найти общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка.

Решения и критерии оценки

Задача 1.

Решение. Пусть движение тела происходит вдоль оси Oy, направленной вертикально вниз (рис. 1.6). За начало отсчета примем точку O, расположенную на высоте $y = h$ над Землей, из которой начало падать тело. При движении тела вблизи поверхности Земли на него действует только сила тяжести $m\vec{g}$, направленная вертикально вниз, сообщающая телу ускорение, проекция которого на ось Oy равна:



$$a_y = g.$$

Примем, что падение тела с начальной высоты h совершалось в течение времени t. Следовательно, совершая свободное падение, тело за время $(t - t_1)$ приобретает скорость v, которая, по закону изменения скорости при равноускоренном движении без начальной скорости, равна:

$$v = g(t - t_1). \qquad (1)$$

Таким образом, последние h_1 тело движется равноускоренно с начальной скоростью, которую обозначим v_{01}, равную, согласно (1),

$$v_{01} = g(t - t_1). \qquad (2)$$

Запишем закон равноускоренного движения тела на участке высотой h_1:

$$h_1 = v_{01}t_1 + \frac{gt_1^2}{2}, \qquad (3)$$

Подставив (2) в (3), представим это уравнение в виде

$$h_1 = g(t - t_1)t_1 + \frac{gt_1^2}{2}. \qquad (4)$$

Решая уравнение (4) относительно t, найдем:

$$t = \frac{h_1}{gt_1} + \frac{t_1}{2} = 4{,}5 \text{ с}.$$

Максимум за задачу – 10 баллов

Указаны силы, действующие на тело – 2 балла

Определена скорость, с которой падает тело – 3 балла

Записан закон равноускоренного движения – 3 балла

Найдена формула для времени и сделан расчет – 2 балла

Задача 2.

Решение. На автомобиль, движущийся по окружности радиусом R, действуют сила реакции опоры $\vec{N}$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила трения покоя $\vec{F}_{тр}$. Выберем систему координат, так чтобы ось Ox совпадала с направлением вектора нормального (центростремительного) ускорения тела $\vec{a}_n$, рис. 2.2.

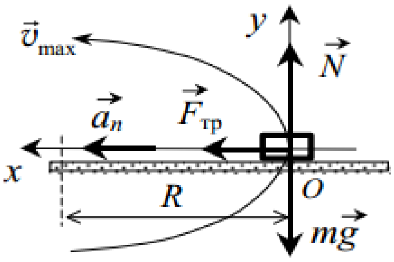


Рис. 2.2

Основное уравнение динамики для этого тела запишется в виде

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_n . \qquad (1)$$

В проекциях на оси координат уравнение (1) имеет вид:

на ось Ox: $$F_{тр} = ma_n, \qquad (2)$$

на ось Oy: $$N - mg = 0. \qquad (3)$$

$$a_n = v^2/R . \qquad (4)$$

Максимальное значение силы трения покоя равно силе трения скольжения

$$F_{тр} = \mu \cdot N. \qquad (5)$$

Решая систему уравнений (2) – (5), относительно v, найдем:

$$\mu mg = mv^2/R \ \Rightarrow \ v = \sqrt{\mu g R} \approx 14{,}1 \text{ м/с} .$$

Следовательно, $v_{max} = v = 14{,}1$ м/с.

Максимум за задачу – 10 баллов

Указаны силы, действующие на автомобиль – 2 балла

Записано основное уравнение динамики – 2 балла

Правильно записаны проекции на оси – 2 балла

Записана формула для максимальной силы трения покоя – 2 балла

Найден окончательный ответ – 2 балла

Задача 3.

Решение. В теплообмене без изменения агрегатных состояний участвуют три жидкости с различной массой, температурой и удельной теплоемкостью. Процесс теплообмена происходит в калориметре, т.е. без обмена энергией с окружающей средой. Поэтому уравнение теплового баланса запишем в следующем виде: алгебраическая сумма количеств теплот, полученных или отданных жидкостями, равна нулю.

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0, \qquad (1)$$

где $Q_1 = m_1c_1(t_1 - \theta)$, $Q_2 = m_2c_2(t_2 - \theta)$, $Q_3 = m_3c_3(t_3 - \theta)$.

Учитывая вышеприведенные выражения, преобразуем уравнение (1)

$$m_1c_1(t_1 - \theta) + m_2c_2(t_2 - \theta) + m_3c_3(t_3 - \theta) = 0,$$

откуда
$$\theta = \frac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2 + m_3c_3t_3}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3} = -19\ \text{°C}.$$

Количество теплоты Q, необходимое для нагревания смеси от исходной температуры θ до температуры t, равно:

$$Q = (m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3)(t - \theta) = (2 + 40 + 10)(6 + 19) = 1300\ \text{кДж}.$$

Таким образом $\theta = -19$ °C, $Q = 1300$ кДж.

Максимум за задачу – 10 баллов

Записано уравнение теплового баланса – 4 балла

Найдена исходная температура – 3 балла

Найдено количество теплоты – 3 балла

Задача 4.

Решение. Если металлический шар, заряженный до потенциала φ, окружить сферической заземленной проводящей оболочкой, на поверхности оболочки появляется заряд q_2, равный по модулю, но противоположный по знаку заряду шара q,

$$q_2 = -q. \tag{1}$$

Появление отрицательного заряда q_2 является следствием перетекания на внешнюю поверхность сферической оболочки заряда с Земли.

Потенциал на поверхности шара при отсутствии проводящей оболочки

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R_1}, \tag{2}$$

что позволяет определить величину заряда на шаре

$$q = 4\pi\varepsilon_0 \cdot R_1 \varphi. \tag{3}$$

Потенциал на поверхности шара, окруженного заземленной проводящей оболочкой, равен потенциалу в центре шара φ' и по принципу суперпозиции равен алгебраической сумме потенциала φ шара и потенциала φ_2 внешней оболочки

$$\varphi' = \varphi + \varphi_2, \tag{4}$$

где

$$\varphi_2 = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R_2}. \tag{5}$$

Решая систему уравнений (2) – (5) относительно φ', получим:

$$\varphi' = \varphi + \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R_2}; \quad \varphi' = \varphi - \frac{\varphi \cdot R_1}{R_2} = \varphi\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right) = 200 \text{ В}.$$

Максимум за задачу – 10 баллов

Указан знак и величина индуцированного заряда – 2 балла

Записана формула для потенциала на поверхности шара – 2 балла

Записана формула для заряда – 2 балла

Сформулирован принцип суперпозиции – 2 балла

Определен искомый потенциал – 2 балла

Задача 5.

Решение

Уравнение дифракционной решетки имеет вид:

$$d\sin\varphi = k\lambda$$

Максимум наблюдается при $\sin\varphi = 1$:

$$d = k_{max}\lambda$$
$$k_{max} = \frac{d}{\lambda}$$

Так как период решетки равен $d = \frac{1}{n}$, то $k_{max} = \frac{1}{n\lambda}$. Получаем:

$$k_{max} = \frac{1}{4\cdot 10^5 \cdot 600 \cdot 10^{-9}} = 4,17$$

$$k_{max} = 4$$

Общее количество максимумов:

$$N = 2k_{max} + 1 = 2\cdot 4 + 1 = 9$$

Ответ: 9.

Максимум за задачу – 10 баллов

Правильно записано уравнение решётки – 3 балла

Указано условие наблюдения максимума – 2 балла

Найдено k_{max} – 3 балла

Верно найдено количество максимумов – 2 балла