

ЗАДАНИЯ ДЛЯ 8–9 КЛАССОВ

Задача 1. Эластичная рука Условие задачи.

Возможно, вы не раз замечали, что при передвижении на эскалаторе поручень всегда едет чуть быстрее ступенек. Это связано с конструктивной особенностью механизма. Поручень движется в результате вращения приводного блока, который со временем изнашивается, а его диаметр вращения уменьшается. Поэтому поручень начинает двигаться чуть быстрее ступеней. По нормативным документам скорость не должна отличаться более чем на 2%.

Длина эскалатора на станции метро «Адмиралтейская» в Санкт-Петербурге составляет примерно 138 метров. Поездка на эскалаторе занимает у пассажира 184 секунды. На сколько его рука уедет дальше, чем остальное тело, если разница в скоростях перил и ступенек равна верхней границе норматива?

Решение.

Обозначим длину эскалатора $l = 138$ м, время поездки $t = 184$ с, разность скоростей ступенек и перил $\Delta v = 2\%$. Перила движутся со скоростью: $u = v(1 + \Delta v)$

Тогда рука пассажира, лежащая на перилах, достигнет конца эскалатора за время $\tau = \frac{l}{u} = \frac{l}{v(1 + \Delta v)}$.

$$1 + \Delta v$$

За то же время тело пассажира преодолеет расстояние

$$l_0 = v \cdot \tau = l \cdot \frac{1}{1 + \Delta v}$$

Тогда рука относительно тела пассажира проедет больше на

$$\Delta l = l - l_0 = l \left(\frac{\Delta v}{1 + \Delta v} \right) = 138 \left(\frac{0.02}{1 + 0.02} \right) \approx 2.7 \text{ метра}$$

Конечно, в реальности рука не может растянуться на такую длину, поэтому пассажирам на эскалаторе приходится периодически подтягивать руку к себе.

Критерии оценки Получено

выражение для скорости перил: 2 балла

Получено выражение для скорости пассажира: 2 балла

Выражено формулой расстояние, которое проехал пассажир: 2 балла

Выражено формулой расстояние, на которое переместилась рука: 2 балла

Получен правильный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

Задача 2. Экономим электроэнергию

Условие задачи

Семья Галеевых дома обычно пользуется электрическим чайником, заливая в него $V_1 = 1$ литр воды при температуре $t_0 = 18.5^\circ\text{C}$ и нагревая её до $t_1 = 98.5^\circ\text{C}$. Чайник изготовлен из материала с теплоёмкостью $C = 442$ Дж/°C. Однако дочь убедила родителей, что они смогут существенно сэкономить, если будут пить зелёный чай, для заваривания которого нужна более низкая температура, и наливать в чайник меньше воды. Теперь Галеевы нагревают $V_2 = 0.8$ л воды до $t_2 = 83^\circ\text{C}$. Сколько составит экономия? Ответ дать в процентах. Удельная теплоёмкость воды равна $c = 4200$ Дж/кг·°C, плотность её $\rho = 1000$ кг/м³.



Решение.

Найдём количество теплоты в первом случае – оно складывается из теплоты, которая идёт на нагревание воды, и теплоты, которая идёт на нагревание чайника: $Q_1 = cm_1\Delta t_1 + C\Delta t_1 = (c\rho V_1 + C) \cdot (t_1 - t_0)$ (полагаем, что теплоёмкости воды и материала чайника не зависят от температуры в заданном диапазоне). Аналогично, во втором случае количество теплоты равно:

$$Q_2 = cm_2\Delta t_2 + C\Delta t_2 = (c\rho V_2 + C) \cdot (t_2 - t_0)$$

Количество сэкономленной электроэнергии в процентном соотношении будет таким же, как и отношение соответствующих количеств теплоты:

$$k = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{(c\rho V_2 + C) \cdot (t_2 - t_0)}{(c\rho V_1 + C) \cdot (t_1 - t_0)} = 34\%$$

Критерии оценки

Сделан вывод о том, что экономию можно посчитать через количества теплоты: 2 балла

Получено выражение для теплоты в первом случае: 2 балла

Получено выражение для теплоты во втором случае: 2 балла

Записана формула для расчета экономии: 2 балла

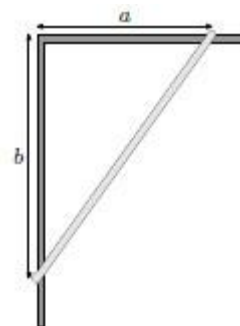
Получен правильный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

Задача 3. Школьный эксперимент

Условие задачи.

Девочка Адель скучала на уроке физики, и чтобы скоротать время до перемены, натянула свою резинку для волос, массой которой можно пренебречь, на угол своего школьного стула так, как показано на рисунке. Каков должен быть минимальный коэффициент трения между резинкой и стулом, чтобы она не слетела с угла, а осталась в таком положении до самой перемены? Расстояния, указанные на рисунке, равны $a = 5$ см и $b = 7$ см от вершины угла.



Решение.

Резинку можно представить в виде пары пружин, расположенных по обе стороны спинки стула. Обозначим точки, в которых резинка касается спинки, буквами А и В. Тогда в точках А и В существуют силы упругости, направленные в сторону друг друга. Чтобы резинка не соскользнула, сила трения между ней и стулом должна превышать силы упругости. Сила трения в точке А равна $F_{\text{трА}} = \mu F \cos \alpha$, в точке В: $F_{\text{трВ}} = \mu F \sin \alpha$, причем исходя из рисунка, $\tan \alpha = a/b$.

С другой стороны, сила упругости, стремящаяся сдвинуть резинку с места, в точке А равна $F_A = F \sin \alpha$, в точке В равна $F_B = F \cos \alpha$. Условия, при которых резинка останется на месте, можно записать в виде:

$$\begin{cases} \mu F \cos \alpha \geq F \sin \alpha \\ \mu F \sin \alpha \geq F \cos \alpha \end{cases}$$

Преобразуя эту систему, можно получить условие для коэффициента трения $\mu \geq 1$. Поскольку в нашем случае $\alpha < 45^\circ$, то первое неравенство системы удовлетворяется при всех $\mu \geq 1$. Но из второго неравенства



$$\mu \geq \frac{c}{s} \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{a} = 1.4$$

Таким образом, минимальный коэффициент трения равен 1.4. Критерии оценки

Получена связь между силами трения и упругости: 2 балла

Записано условие, при котором резинка не сдвинется: 4 балла

Получено выражение для коэффициента трения: 2 балла

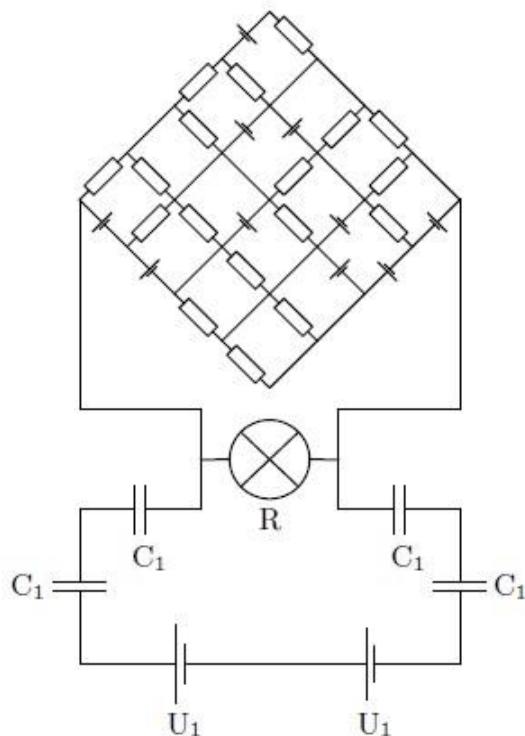
Получен правильный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

Задача4.АртуриКирхгоф

Условие задачи.

Пытаясь впечатлить соседку по парте, десятиклассник Артур собрал самую сложную схему для включения электрической лампочки, какую только смог, используя все элементы, которые были в школьном демонстрационном наборе по физике. Сопротивление каждого резистора на этой схеме равно $R = 1 \text{ Ом}$ (включая лампочку), ёмкость каждого конденсатора $C = 1 \text{ Ф}$, а постоянное напряжение, выдаваемое каждой из батарей, равно $U = 1 \text{ В}$. Рассчитайте, какой ток пройдёт через лампочку.



Решение.

Можно рассмотреть верхнюю и нижнюю части схемы относительно лампочки. В нижней расположены только источники тока и конденсаторы. При подаче постоянного тока процесс зарядки и разрядки конденсатора становится невозможным. Заряд, собранный на одной пластине конденсатора, не может протекать на другую пластину, поскольку постоянный ток не изменяется со временем. Таким образом, конденсатор ведет себя как открытая цепь для постоянного тока, а значит, нижнюю часть далее можно не брать в расчет.

Анализируя верхнюю часть схемы, можно заметить, что для тока здесь есть путь наименьшего сопротивления – та часть цепи, которая содержит только источники тока и соединительные провода.



Батареи имеют разную полярность, но их вольтаж одинаковый, поэтому общее напряжение данного участка есть арифметическая сумма положительных и отрицательных напряжений на каждом источнике. Суммируя по порядку вдоль пути, получаем $U_{\text{общ}} = 3В$.

Рассмотренный участок цепи параллельно замкнут на лампочку. В соответствии со вторым законом Кирхгофа, напряжение на ней составит упомянутые 3В. Наконец, из закона Ома получим ток через лампочку:

$$U_{\text{общ}} = 3А.$$
$$I = R$$

Критерии оценки

Показано, что в нижней части тока не будет: 2 балла

Найден путь наименьшего сопротивления: 4 балла

Правильно найдено суммарное напряжение: 2 балла

Получен правильный численный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

Задача 5. Лиля иочки

Условие задачи.

Девочка Лиля выковыряла одну линзу из очков бабушки и одну – из очков дедушки (у обоих дальнозоркость, поэтому они носят очки с собирающими линзами) и начала с ними играть. Для начала она смогла подпалить штору, прижав две линзы друг к другу и расположив их на расстоянии $F = 7$ см от шторы. Потом она расположила линзы на некотором расстоянии друг от друга и посмотрела через эту систему в сад. Там она увидела чёткую фигуру бабушки, которая стояла и грозила ей пальцем. Фигура оказалась увеличенной в 1.5 раза. Найдите разность фокусных расстояний линз из бабушкиных и дедушкиных очков.

Решение.

Фокусное расстояние системы из двух линз, исходя из условия, оказалось равно 7 см. Оптическая сила системы, составленной из двух тонких линз, равна сумме их оптических сил, или, в терминах фокусного расстояния,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

где f_1 и f_2 – фокусные расстояния двух разных линз. Далее, поскольку Лиля, расположив линзы на расстоянии друг от друга, увидела четкую увеличенную картинку, то она построила простейший телескоп. В этом случае фокус первой линзы совпал с фокусом второй, то есть расстояние между ними составило $f_1 + f_2$. Увеличение такого телескопа Γ при условии $f_1 > f_2$ равно $\Gamma = \frac{f_1}{f_2}$

Составляя систему из двух уравнений с двумя неизвестными, выразим искомые фокусные расстояния:

$$f_1 = F(1 + \Gamma)$$



$$\left\{ f_2 = F \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \right) \right.$$

Поскольку увеличение больше единицы, то $f_1 > f_2$. Найдем требуемую разность: $f_1 - f_2 =$

$$F \left(\Gamma - \frac{1}{\Gamma} \right) = 5.8 \text{ см.}$$

Критерии оценки

Записана формула для суммы оптических сил: 2 балла

Вывод о совпадении фокусных расстояний: 2 балла

Записана формула для увеличения: 2 балла

Составлена система уравнений: 2 балла

Получен правильный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов



ЗАДАНИЯ ДЛЯ 8–9 КЛАССОВ

Задача1.

Условие задачи.

Браконьер приехал поохотиться на маленькую планету, где нет атмосферы, а плотность вещества планеты равна $\rho = 5\,513 \text{ кг/м}^3$. Он берёт ружьё и стреляет из него горизонтально, параллельно поверхности. Начальная скорость пули $v = 865 \text{ м/с}$. Считая планету идеально сферической и однородной, рассчитайте её максимальный радиус, при котором есть риск, что пуля сделает полный оборот и угодит браконьеру в затылок.

Решение.

Пуля сделает полный оборот при условии равенства сил – центробежной и всемирного тяготения. Обозначим m – масса пули, M – масса планеты, R – искомый радиус планеты. Тогда указанное выше равенство имеет вид: $m v R^2 = G m R \cdot M$

Массу можно выразить из формулы для плотности:

$$M = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

Выражая отсюда интересующую нас величину, получим:

$$R = v \sqrt{\frac{3}{4\pi\rho G}} \approx 700 \text{ км}$$

Критерии оценки

Записано условие равенства сил: 4 балла

Масса расписана через плотность: 2 балла

Получена формула для радиуса: 2 балла

Найден правильный численный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

Задача2.

Условие задачи

С крыши дома сорвалась сосулька. Падая вертикально вниз, в какой-то момент она пролетела мимо окна девочки Кати, которая как раз стояла с секундомером. Окно имеет высоту $h = 1.5$ метра, и полёт сосульки мимо него длился ровно $t = 0.1$ секунду. Вычислите расстояние от крыши дома до верхней части Катиного окна.

Решение.

В тот момент, когда сосулька достигла верхнего края окна, у неё уже была некоторая начальная скорость. Тогда можно воспользоваться формулой $h = v_0 t + g t^2$

Начальная скорость в этой формуле нам неизвестна, поэтому выразим её отсюда:

$$v_0 = \frac{h - g t^2}{t}$$

Поскольку падать сосулька начала из состояния покоя, то скорости v_0 она достигла за время $t_0 = v_0/g$. Тогда искомое расстояние от края крыши до верхней части окна



$$h_0 = g2t_{20} = g2 \left(\sqrt{v_{g0}} \right)_2 = \frac{2gt_2}{\left(h - \frac{gt^2}{2} \right)} = 10.7 \text{ м.}$$

Критерии оценки

Правильно записана формула для тела, падающего вниз с ненулевой начальной скоростью: 2 балла

Выражена начальная скорость: 2 балла

Правильно описано движение сосульки от края крыши до верхней части окна: 2 балла

Записана формула для расчета искомой величины: 2 балла

Получен правильный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

Задача3.

Условие задачи.

Тонкая выпуклая линза находится на расстоянии $d_1 = 7$ см от экрана. По другую сторону на её оптической оси расположен источник света, изображение которого можно увидеть на экране в виде яркого пятна определённого радиуса. Отодвигая линзу от экрана так, что теперь расстояние до него составляет $d_2 = 9$ см, лаборант заметил, что радиус пятна на экране ровно такой же, как и прежде. Чему равно фокусное расстояние линзы? Решение.

После прохождения линзы все лучи собираются в её фокусе. Поскольку на экране видна не точка, а протяжённое пятно, то значит, экран расположен между линзой и фокусом. Пусть расстояние между фокусом и экраном равно x_1 . Пятно такого же радиуса, как и раньше, появляется тогда, когда экран отодвинули за фокус на такое же расстояние,

$$x_1 = x_2.$$

Далее, в первом случае

$$x_1 = f - d_1,$$

а во втором

$$x_2 = d_2 - f$$

Учитывая, что эти расстояния должны быть равны, получим окончательно $d_1 + d_2 = 2f = 8$ см.

$$f = 4 \text{ см}$$

Критерии оценки

Установлено равенство расстояний между фокусом и экраном: 2 балла

Записаны формулы для x_1 и x_2 : 4 балла

Получено выражение для фокусного расстояния: 2 балла

Получен правильный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

Задача4.

Условие задачи.

Жарким летним днём Ринат решил пойти понырять. Средняя плотность его тела на голодный желудок составляет $\rho_0 = 945 \text{ кг/м}^3$ при массе тела $m_0 = 47$ кг. Однако при этом ему сложно удержаться под водой. Чтобы ныряться



легче, нужно, чтобы средняя плотность тела была равна хотя бы $\rho_1 = 980 \text{ кг/м}^3$. Рассчитайте, сколько каши придётся съесть Ринату, чтобы уверенно плавать под водой. Обычно он плавает на глубине $h = 1.2$ метра. Изменением объёма тела после сытного обеда можно пренебречь.

Решение.

Объём тела Рината можно выразить из определения плотности: $m_0 V = \rho_0 \text{ —}$

Однако в силу того, что этот объём не меняется, можно записать равенство объёмов до и после еды:

$$m \rho_0 = m_0 + \rho \Delta m$$

Преобразуем это выражение и выразим искомую величину:

$$\Delta m = m_0 \left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1 \right) = 1.7 \text{ кг.}$$

Глубина погружения для решения не нужна, это избыточные данные. Критерии оценки

Записано условие равенства объёмов: 4 балла

Правильно выражена величина Δm : 4 балла

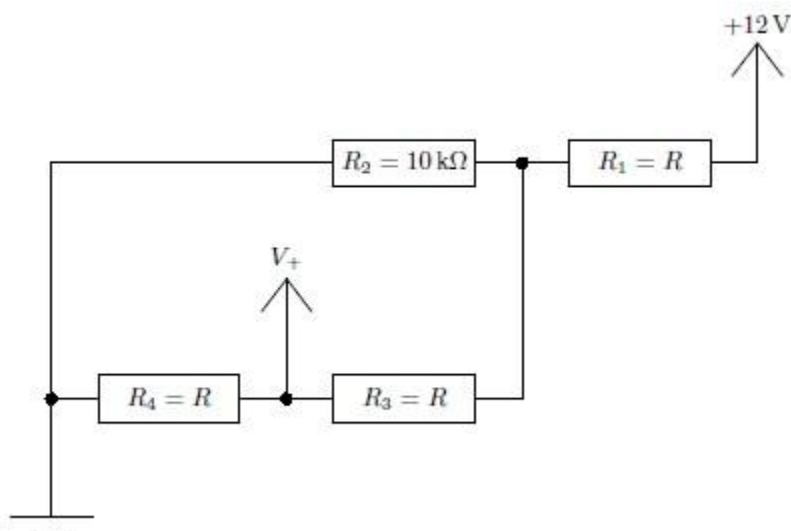
Получен правильный численный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

Задача 5.

Условие задачи.

В лабораторном комплекте по физике есть 12-вольтовый источник тока и набор резисторов. Чтобы получить на источнике, обозначенном как V^+ , напряжение в 3 В, ученик решил собрать такую цепь, как на схеме ($R_2 = 10 \text{ кОм}$). Резистор с каким сопротивлением R ему придётся использовать?



Решение.

Для того, чтобы получить из исходного напряжения лишь его часть, используется делитель напряжения, представляющий собой пару последовательно соединённых резисторов. Именно его схему и изобразил ученик. Напряжение на втором резисторе без нагрузки равно



$$U(R_2) = U' \sqrt{R_1 R_2}$$

где U' – напряжение в контуре, содержащем последовательно соединённые резисторы (напряжение на втором резисторе обозначим как U''). При подключении нагрузки получим:

$$U(R_2) = U' \sqrt{R_1 R_2 + R_{12} R_{H1} + R_2 R_H}$$

где R_H – сопротивление нагрузки, параллельно замкнутой на R_2 . По сути, у нас есть два делителя, причем на второй идёт выходное напряжение с первого. Если рассматривать второй делитель как нагрузку, подключённую к первому, то его сопротивление, как следует из схемы, равно $R_3 + R_4 = 2R$. Таким образом, выходное напряжение всегда будет меньше входного в два раза, и нам требуется рассчитать параметры контура, содержащего первый делитель с его выходным напряжением. Из предыдущих двух формул можно получить:

$$U'' = U' \frac{1}{2} \cdot \frac{R_2 \cdot 2R}{R^2 + 2R^2 + R^2}$$

откуда выразим искомое сопротивление:

$$R = \frac{R_2 U'^2 - 3 U''^2 R^2}{2 U''^2} = 5 \text{ кОм}$$

Критерии оценки

Указано напряжение на втором резисторе без нагрузки: 2 балла

Указано напряжение на втором резисторе с нагрузкой: 2 балла

Показано, что выходное напряжение всегда будет меньше входного в два раза: 2 балла

Найдена формула для неизвестного сопротивления: 2 балла

Получен правильный численный ответ: 2 балла

Итого: 10 баллов

